18 円周角の定理

学習8

ボイント 1 円周角の定理

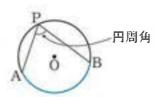
数科畫 P.170~ P.173 基本



えんしゅうかく 一円周角

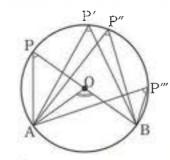
Ten America

円Oにおいて、ABを除く円周上の点をPとするとき、 ∠APB を ÂB に対する円周角という。



■円周角の定理

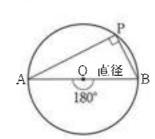
1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。



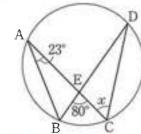
 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$

■直径と円周角

線分 AB を直径とする円の周上に A、Bと異なる点Pをとれば、 $\angle APB = 90^{\circ} \text{ cos } \delta_{\circ}$



園園 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2)

同じ弧に対する円周角を見つける。

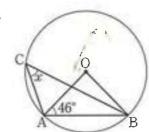
BC に対する円周角は等しいから、 $\angle BDC = \angle BAC = 23^{\circ}$ \triangle DCE σ_{λ} $\angle x + 23^{\circ} = 80^{\circ}$

$$x + 23^{\circ} = 80^{\circ}$$

$$\angle x = 80^{\circ} - 23^{\circ}$$

$$= 57^{\circ}$$

答 57°



OA=OB であるから、 $\angle OAB = \angle OBA = 46^{\circ}$ $\angle AOB = 180^{\circ} - 46^{\circ} \times 2$ $= 88^{\circ}$ $=44^{\circ}$

半径から二等辺三角形を見つける。

答 44°

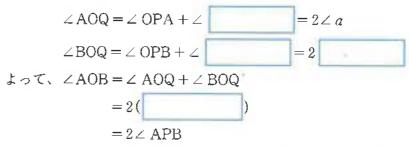
・円周角の定理とその逆を理解する。

·円周角の定理をいろいろな問題に応用する。

確認問題 1 次の問に答えなさい。

「(1) 右の図のように、OP を共有する 2 つの 一等辺三角形を利用して、 [1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の 半分である」

ことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを答えなさい。 (証明) PO の延長上に点 Qをとると、

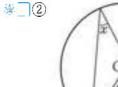


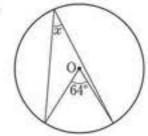
したがって、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB \ge can (\widehat{AB})$ に対する円制角は、 AB に対する中心角の半分である。

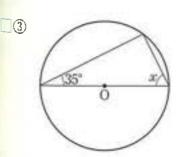


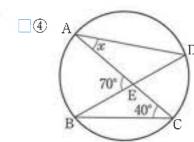
「(2) 次の図で、∠ェの大きさを求めなさい。 *[1]

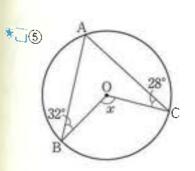


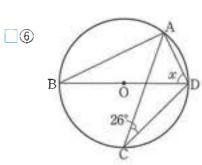












解き方 (1)

ポイント 2 円周角と弧

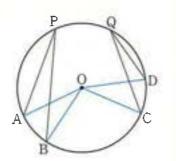
教科書 P.174 · P.175

教科書 P:176 P:177 基本。

四円周角と弧

1つの円で、

- □ 等しい円周角に対する弧は等しい。 右の図で、∠APB=∠CQDならば、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
- ② 等しい弧に対する円周角は等しい。 右の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ならば、 $\angle APB = \angle CQD$



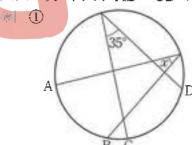
[証明] 円周角の定理より、

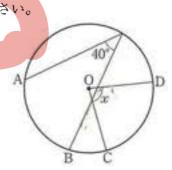
$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$
, $\angle CQD = \frac{1}{2} \angle COD$...①

- ∠APB = ∠CQDのとき、 ①から、∠AOB=∠COD 等しい中心角に対する弧は等しいから、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
- $\widehat{AB} = \widehat{CD} \mathcal{O} \mathcal{E}$ 等しい弧に対する中心角は等しいから、 $\angle AOB = \angle COD$ ①から、∠APB=∠CQD
- ※ 1つの円で、等しい弧に対する弦は等しいが、 1つの弦に対する弧は2つあるから、逆は成り立たない。

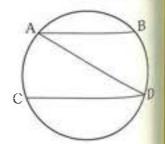
確認問題 2 次の間に答えなさい。

 $\Gamma(i)$ 次の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。





□(2) 右の図のように、1つの円の周上に4点A、B、C、Dがあり、AB//CD である。このとき、 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ となることを証明しなさい。

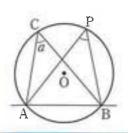


■円の周上や内部、外部にある点

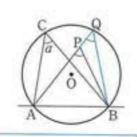
ボイント 3 円周角の定理の逆

 ${}_{6}$ ${}_{\rm P}$ が円 ${}_{\rm O}$ の間上や内部、外部にあるとき、 ${}_{\rm A}$ ${}_{\rm P}$ ${}_{\rm B}$ ${}_{\rm C}$ ${}_{\rm A}$ ${}_{\rm C}$ ${}$ さと比べると、次のようになる。

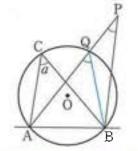
- 円 の周上にあるとき ② 円 の内部にあるとき ③ 円 の外部にあるとき



 $\angle APB = \angle a$



 $\angle APB > \angle a$

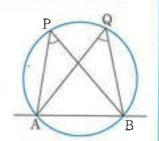


 $\angle APB < \angle a$

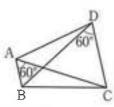
■円周角の定理の逆

4点A、B、P、Qについて、P、Qが直線ABの同じ側にあって $\angle APB = \angle AQB$

ならば、この4点は1つの円周上にある。

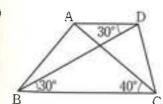


例 右の図で、A、Dは直線 BC の同じ側にあって、 $\angle BAC = \angle BDC = 60^{\circ}$ だから、4点A、B、C、Dは1つの円周上にある。

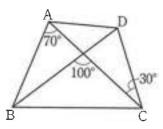


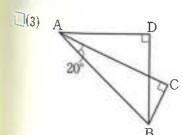
* 確認問題 3 次の(1)~(4)について、4 点 A、B、C、D が 1 つの円周上にあるものには○、そうでない ものには×を書きなさい。

[1]

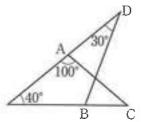


(2)









6章 円

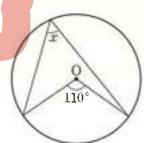
標準問題

学習日

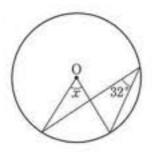
1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



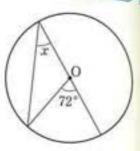




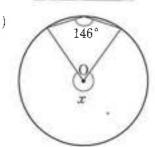
(2)

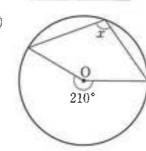


* (3)

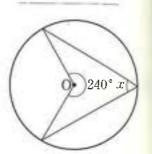


(4)

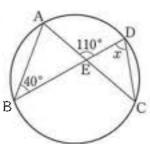




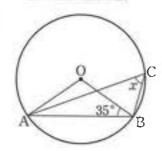
(6)



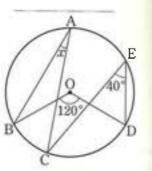
*****[(7)



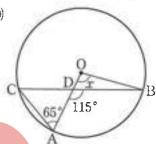
(8)



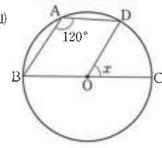
· [9)



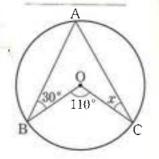
* (10)



(1.1)

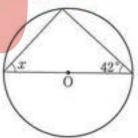


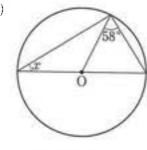
(12)



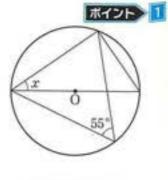
* (1)

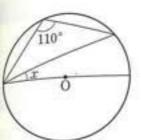
2 **直経と円周角** 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



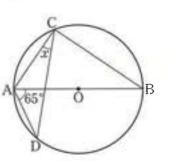


- (3)

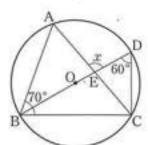




* (5)

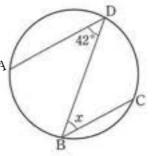


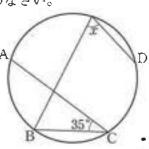
(6)



3 中間と 次の間に答えなさい。

(1) 次の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。





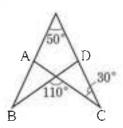
★「(2) 右の図で、A、B、C、D、E、Fは、円周を6等分する点である。 ∠x、 ∠y の大きさを求めなさい。

ボイント 3

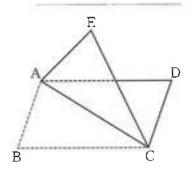
 $\angle y =$

4 円周角の定理の逆 次の間に答えなさい。

★ (1) 次の⑦~軍について、4点A、B、C、Dが1つの円周上にあるものを選びなさい。



【(2) 右の図のように、□ABCDを対角線 AC で折り曲げて、点 B が 移った点をEとする。このとき、4点A、C、D、Eは1つの円周 上にあることを証明しなさい。

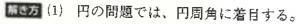


ボイント 3 円と相似

教科書 P.182 - P.183 標準

6個■ 右の図のように、円 O の 2 つの弦 AB、CD の交点を P とする。

- (1) △DAP∞△BCPとなることを証明しなさい。
- (2) DP=5 cm、AP=10 cm、BP=6 cm のとき、CP の長さを求め なさい。



〔証明〕 △DAP と △BCP において、 対頂角は等しいから、

 $\angle DPA = \angle BPC \cdots (1)$

AC に対する円周角は等しいから、

 $\angle ADP = \angle CBP \cdots ②$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、 △DAP∞△BCP

(2) 対応する辺の比は等しいから、AP: CP = DP: BP

 $CP = x \operatorname{cm} \xi + \delta \xi$

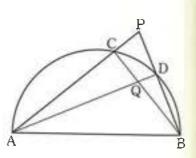
10: x = 5:65x = 60

x = 12

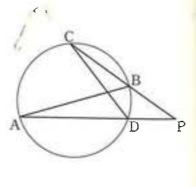
鬥 12 cm

確認問題 次の問に答えなさい。

※□(1) 右の図は AB を直径とする半円で、C、D は ÂB 上の点である。 AC、BDをそれぞれ延長した交点をPとし、ADとBCの交点をQ とする。△APD∞△BQDとなることを証明しなさい。



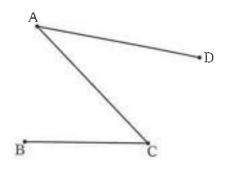
- □(2) 右の図のように、円の2つの弦 AB、CDが交わっている。2つの 直線 AD、CB をひいて、その交点を P とする。
- 「① △ABP∞△CDPとなることを証明しなさい。



□② AB = 12 cm、CD = 10 cm、BP = 6 cm のとき、DP の長さを求めなさい。

標準問題

「有 (作図と円周角) 右の図のように4点 A、B、C、D がある。線分 AD上に点Pを∠APB=∠ACBとなるようにとるとき、このよ うな点Pを作図によって、求めなさい。



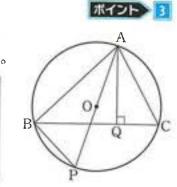
*2 円の接線 右の図のように、3 点 A、B、C が一直線上にある。 点 A を中心とする半径 AB の円をかき、点 C からこの円へ接線 CP、CP'をひく。この2本の接線を作図しなさい。



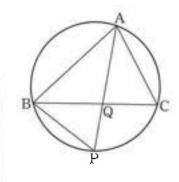


3 円と相似 次の問に答えなさい。

★□(1) 右の図の3点A、B、Cは円Oの周上の点である。APは直径であり、A から BC に垂線 AQ をひく。 \triangle ABP ∞ \triangle AQC となることを証明しなさい。



- \Box (2) 右の図で、A、B、C、Pは円の周上の点で、 $\widehat{BP} = \widehat{CP}$ である。また、 AP と BC の交点を Q とする。
- □① $\triangle ABP ∞ \triangle AQC$ となることを証明しなさい。



□② AB=8 cm、AC=7 cm、AP=10 cm のとき、AQの長さを求めなさい。

6章 円

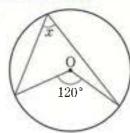
単間トレーコング

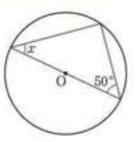
学習日

1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

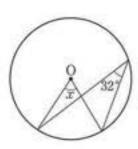


(1)

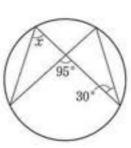




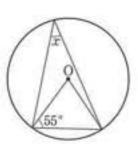
(3)



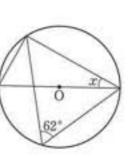
(4)



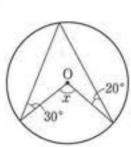
(5)



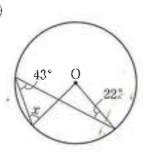
(6)



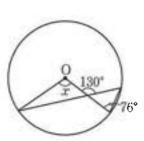
 $\square(7)$



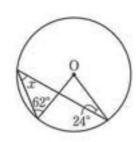
(8)



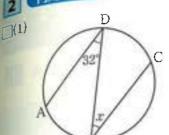
(9)



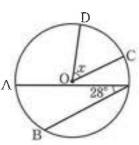
(10)



次の図で、 $\widehat{\mathrm{AB}} = \widehat{\mathrm{CD}}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

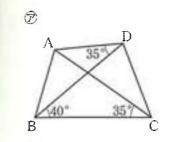


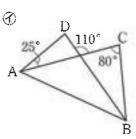
(2)

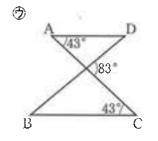


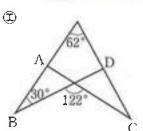
「円周角の定理の逆 次の⑦~①について、4点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを選びなさい。







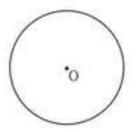




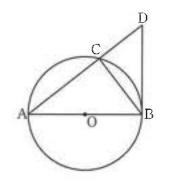
4 円の接線 下の図の円 O の外の点 A から、円 O への接線 AP、AP' を作図しなさい。

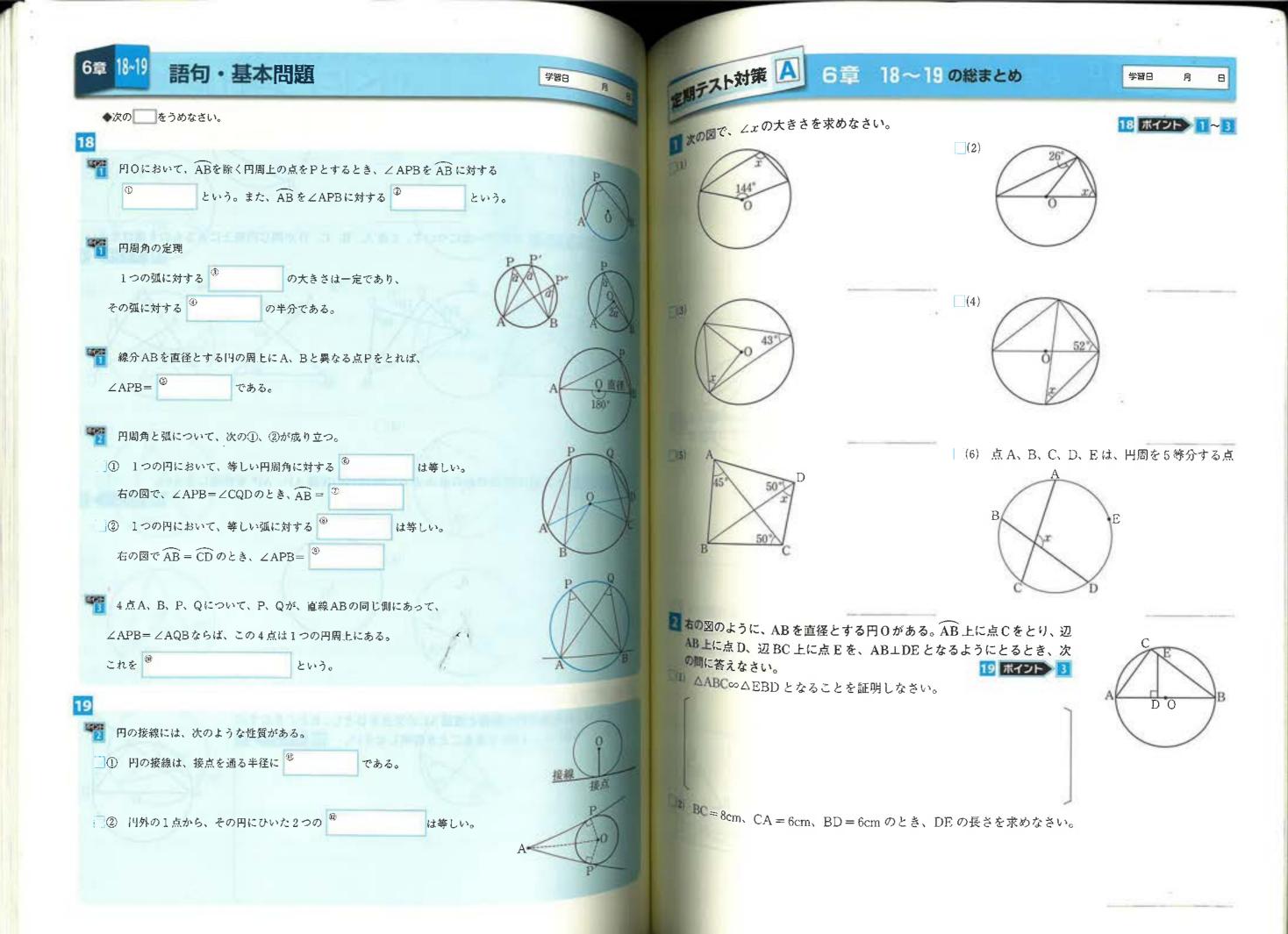






5 円と相似 右の図のように、ABを直径とする円()がある。円周上に点 Cをとり、Bを通る円の接線と直線ACの交点をDとし、BとCをむすぶ とき、∠ABC=∠ADBであることを証明しなさい。 19 ボイント 3





ポイント 1 三平方の定理

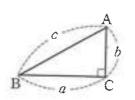
教科書 P.190 · P.191

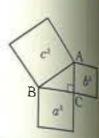
■三平方の定理

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a、b、 斜辺の長さをcとすると、次の関係が成り立つ。



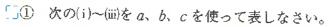
※「ピタゴラスの定理」ともよばれている。



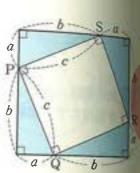


確認問題 1 三平方の定理には、いろいろな証明がある。次の問に答えなさい。

* \square (1) 直角をはさむ 2 辺の長さが a、b、斜辺の長さが c の直角三角形が 4 つ ある。これらを右の図のように並べて、1辺の長さがa+bの正方形をつ くる。



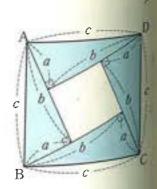
「」(i) 1辺がa+bの正方形の面積



- □(ii) 4 つの合同な直角三角形の面積の和
- □(iii) Æ方形 PQRS の面積

 \Box ② ①を利用して、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを証明しなさい。

(2) 直角をはさむ 2 辺の長さが a、b、斜辺の長さが c の直角三角形が 4 つ ある。これらを右の図のように並べて、正方形 ABCD をつくる。正方 形 ABCD の面積を 2 通りに表して、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを証明 しなさい。

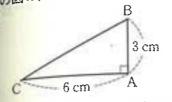


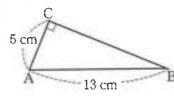
・三平方の定理が使えるようになる。 . 三平方の定理の逆を理解する。

2 辺の長さの求め方

教科書 P.191 基本

水の図の直角三角形で、辺BCの長さをそれぞれ求めなさい。





三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 斜辺

BC = x cm として、三平方の定理を使う。

) 斜辺は x cm だから、

$$6^2 + 3^2 = x^2$$
$$x^2 = 45$$

x > 0 だから、 $x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

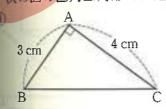
(2) 斜辺は 13 cm だから、

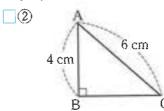
$$5^{2} + x^{2} = 13^{2}$$
 $x^{2} = 13^{2} - 5^{2}$ $= (13 + 5) \times (13 - 5)$ $x > 0$ だから、 $x = 12$ $x = 18 \times 8$

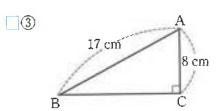
答 12 cm

■課問題 2 次の間に答えなさい。

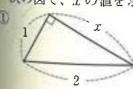
■ ★の図の直角三角形で、辺BCの長さをそれぞれ求めなさい。

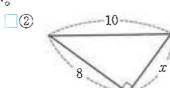


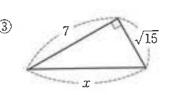




12 次の図で、xの値を求めなさい。







■ 直角三角形の、直角をはさむ2辺の長 きを a, b, 斜辺の長さを c とする。右の 表の空らんにあてはまる数を求めなさい。



	а	b	С
1	1	3	
2		3	7
3	9		15
4		24	25

ボイント>3 三平方の定理の逆

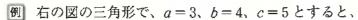
教科書 P.192 · P.193

■三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さa、b、cの間に

$$a^2+b^2=c^2$$

という関係が成り立てば、その三角形は、長さcの辺を斜辺とする直角三角形である。



$$a^{2} + b^{2} = 3^{2} + 4^{2} = 25$$
$$c^{2} = 5^{2} = 25$$



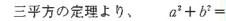
だから、 $3^2 + 4^2 = 5^2$ という関係が成り立つ。 したがって、長さ5の辺を斜辺とする直角三角形である。

確認問題 3 次の間に答えなさい。

(1) 三平方の定理の逆が成り立つことを証明する。

いま、BC=a、CA=b、AB=cである \triangle ABCで、 $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つとき、 \angle C=90°になることを次のように証明した。空らんにあてはまるものを答えなさい。

[証明] \triangle ABC に対して、 \angle F=90°、EF=a、FD=bである \triangle DEF を かき、DE=xとする。



$$a^2 + b^2 = \boxed{ \qquad \qquad } \cdots \bigcirc$$

また、仮定から、
$$a^2 + b^2 =$$

$$a^2 + b^2 =$$
 ...(2)

①、②より、

x>0, c>0 であるから、 x=

△ABC と △DEF は、3 組の辺がそれぞれ等しいから、

したがって、

$$C = \angle$$
 = 90

すなわち、三平方の定理の逆が成り立つ。

[](2) 3辺の長さが8cm、15cm、17cmである三角形は直角三角形といえますか。

- ※1 (3) 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。
 - 🕏 3 cm. 5 cm. 7 cm

6 cm、8 cm、10 cm

① 4 cm, 4 cm, 6 cm

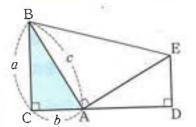
- ① 5 cm, 12 cm, 13 cm
- 7 $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{7}$ cm, 3 cm
- → 1 m, 0.7 m, 0.6 m

平方の定理

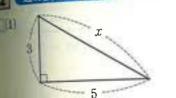
標準問題

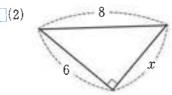
学習日 月 日

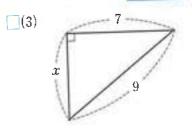
 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。辺 CA の延長 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。辺 CA の延長 $\angle D$ をとり、右の図のように、 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle EAD$ をつくり、 $\triangle D$ を結ぶ。 $\triangle BC = a$ 、 $\triangle CA = b$ 、 $\triangle BC = c$ のとき、台形 BCDE の面 $\triangle C$ が成り立つことを証明しなさい。



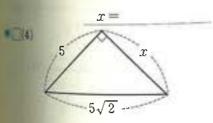
2 200長さの求め方 次の図の直角三角形で、xの値を求めなさい。

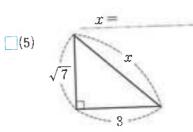


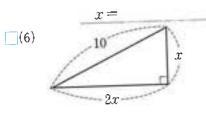




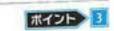
ボイント







13 字方の定理の逆 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。



9 41 cm, 40 cm, 9 cm

7 cm、11 cm、13 cm

[©] 1 m, 2.4 m, 2.6 m

7章 三平方の定理

三平方の定理の平面図形への利用

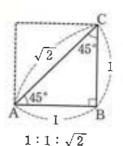
ボイント 1 特別な直角三角形の3辺の比

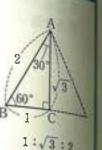
教科書 P.196 - P197

■特別な直角三角形の3辺の比

3つの角が

- ① 45°、45°、90°の直角三角形
- ② 30°、60°、90°の直角三角形
- の3辺の長さの間には、右のような関係が成り立つ。
- ※1組の三角定規は、右の図のような、正方形、正三角形を それぞれ2等分してできる直角三角形である。

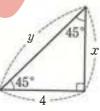


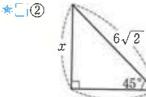


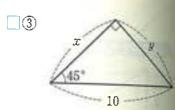
確認問題 次の問に答えなさい。

「_(1) 次の図で、x、yの値を求めなさい。





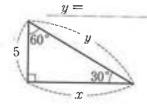




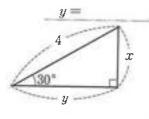




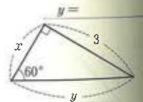
* 4



₩[](5)

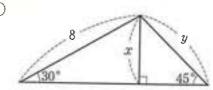


6

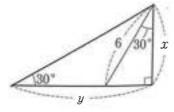


(2) 次の図でx、yの値を求めなさい。

*****[](1)



(2)



・三平方の定理を使って、平面図形の線分の長さや面積が 求められるようになる。

▶教科書p.195~200

2 三角形や四角形への利用

教科書 P.198 基本

おの図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。

TILAから底辺BCにひいた垂線とBCとの交点をHとすると、 HはBCの中点となる。

AH=hcmとすると、BH=2cmだから、直角三角形 ABHで、



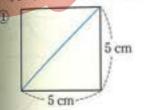
 $h^2 = 5$

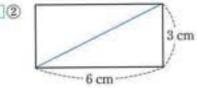
h>0 だから、 $h=\sqrt{5}$ したがって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ (cm²)

※図形のなかに直角三角形をつくれば、三平方の定理を利用することができる。

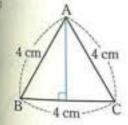
實際問題 2 次の間に答えなさい。

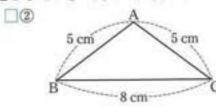
11 次の図の正方形や長方形の対角線の長さを求めなさい。

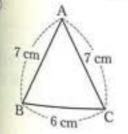


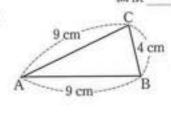


(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BCを底辺としたときの高さと面積を求めなさい。









ボイント 3 2点間の距離

放料書 P.199 基本

 $= 2 \triangle A(4, 3)$ 、B(-3, -2) の間の距離を求めなさい。

ABを斜辺として、他の2辺が座標軸に平行な直角三角形をつくる。

右の図のように、直角三角形 ABC をつくる。

$$BC = 4 - (-3) = 7$$

$$AC = 3 - (-2) = 5$$

だから、AB = dとすると、

$$d^2 = 7^2 + 5^2 = 74$$

d > 0 だから、 $d = \sqrt{74}$



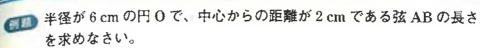


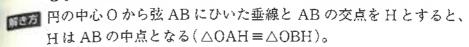
放持 P200 基本

x =

x =

2 cm





AH = x cm とすると、 $\triangle OAH$ は直角三角形であるから、

$$x^2 + 2^2 = 6^2$$

したがって、 $x^2 = 32$

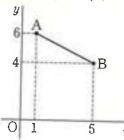
AB = 2AH

$$x > 0$$
 であるから、 $x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

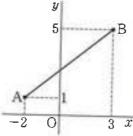
$$= 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$
 (cm)

確認問題 3 次の2点A、Bの間の距離を求めなさい。

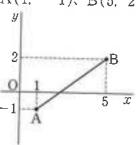
(1) A(1, 6), B(5, 4)



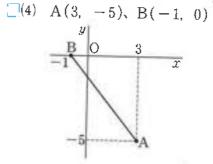
(2) A(-2, 1), B(3, 5)



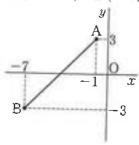
(3) A(1, -1), B(5, 2)



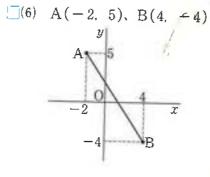
3 0



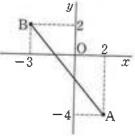
(5) A(-1, 3), B(-7, -3)



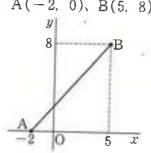
.__(6



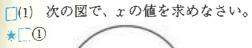
(7) A(2, -4), B(-3, 2)

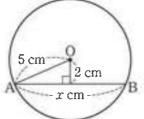


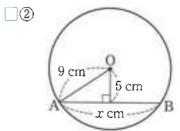
(8) A(-2, 0), B(5, 8)

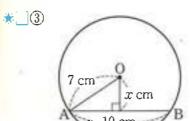


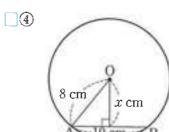
(-2, 1), B(3, 5) 確認問題 4 次の間に答えなさい。





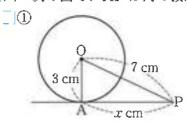


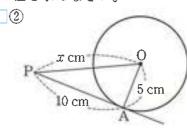




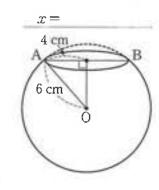
□(2) 次の図で、AP は円の接線、A は接点である。x の値を求めなさい。

x =





□(3) 右の図のように、半径が 6 cm の球を、ある平面で切ったとき、その切り □は半径 4 cm の円となった。中心 O と切り口の平面との距離を求めなさい。



7 章 三平方の定理

標準問題

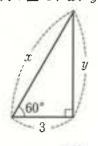
学習8 月

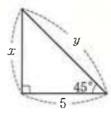
1 特別な直角三角形の3辺の比 次の間に答えなさい。

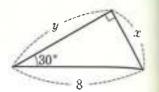


[(1) 次の図で、x、yの値をそれぞれ求めなさい。

(1)

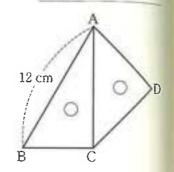








- ■(2) 右の図のように、1組の三角定規を、長さが等しい辺を合わせて並べ る。AB = 12 cm とする。
- (1) BC、ADの長さをそれぞれ求めなさい。



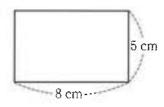
AD

□② 四角形 ABCD の而積を求めなさい。

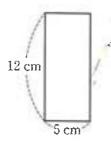


2 三角形や四角形への利用 次の問に答えなさい。 (1) 次の図の長方形の対角線の長さを求めなさい。

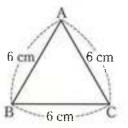




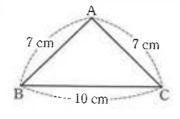
(2)



■(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BCを底辺としたときの高さと面積を求めなさい。



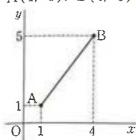
2



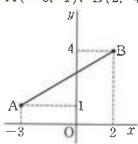
②点間の距離 次の問に答えなさい。

(1) 次の2点A、Bの間の距離を求めなさい。

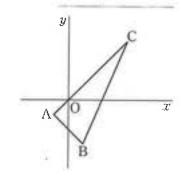
A(1, 1), B(4, 5)



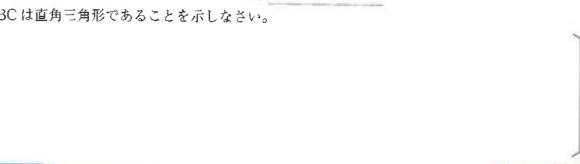
 \Box (-3, 1), B(2, 4)



- 「(2) 右の図のように、3 点 A(-1, -1)、B(1, -3)、C(4, 4) を頂点 とする △ABC がある。
- □ AB、BC、ACの長さを求めなさい。



□② △ABCは直角三角形であることを示しなさい。

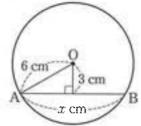


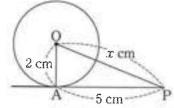
4 円や球への利用 次の間に答えなさい。



□(1) 次の図で、xの値を求めなさい。ただし、②で AP は円の接線、A は接点とする。

* (1)





★(2) 右の図のように、半径が8cmの球を、中心○との距離が5cmである平面 で切ったとき、切り口は円となり、その中心を O'とすると OO'=5 cm であ る。切り口の円 〇′の半径を求めなさい。

x =

