

① 因数分解の意味をしっかりと理解し、説明しなさい。

因数分解とは _____ である。

1 次の各問いに答えなさい。

(知技 2点×7)

(1) 次のア～キに当てはまる言葉を下の選択肢A～Jから選び、それぞれ記号で答えなさい。同じ記号のところには同じ言葉が入るものとする。

$(a+b)(c+d)$ を計算して、 $ac+ad+bc+bd$ のようにかっこをはずして、
 ア 式の イ の形に表すことを、はじめの式を ウ という。
 また、 $ac+ad+bc+bd$ のような エ 式をいくつかの オ の
 カ として表すことを、その キ 式を キ という。

選択肢

- | | | | |
|--------|----------|-----|-------|
| A 単項 | B 多項 | C 和 | D 積 |
| E 因数 | F 素数 | G 差 | H 素因数 |
| I 展開する | J 因数分解する | | |

2

1 単項式や多項式が、いくつかの単項式や多項式の積の形で表されるとき、そのひとつひとつの式を、もとの式の _____ という。

2 多項式をいくつかの因数の積として表すことを、その多項式を _____ するという。

3 多項式 $ma+mb$ のように、共通な因数 m があるとき、それをかっこの外にくくり出して、次のように因数分解することができる。 $ma+mb =$ _____

4 $x^2 + (a+b)x + ab =$ _____

5 $x^2 + 2ax + a^2 =$ _____

6 $x^2 - 2ax + a^2 =$ _____

7 $x^2 - a^2 =$ _____

② 平方根とは何が説明しなさい。

平方根のルール

① 正の数には _____ が _____ つあり、_____ が等しく _____ が異なる

② 0の平方根は _____ だけである。

どんな正の数 a, b についても

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ となる。}$$

このことを $a=2, a=3$ として確かめて証明しなさい。

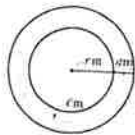
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ は $\sqrt{a+b}$ とおきないことを証明せよ。

$\sqrt{18} \times \sqrt{12}$ の計算の仕方を工夫して解きましょう。 $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$ も工夫して解きましょう。

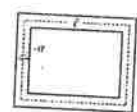
2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差を考えます。
 1. 差はどんな数になるか予想しなさい。
 2. (1)で予想したことが成り立つことを証明しなさい。

$$\begin{aligned} 1^2 - 0^2 &= 1 - 0 = 1 \\ 2^2 - 1^2 &= 4 - 1 = 3 \\ 3^2 - 2^2 &= 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

右の図のような半径 r m の円形の土地の周囲に、幅 a m の道があります。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると $S = a\ell$ となります。このことを証明しなさい。

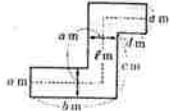


問題 3 右の図のように、長方形の土地の外側に、幅 a の道がある。この道の面積を S 、道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき、 $S = a\ell$ となる。このことを、長方形の土地の縦の長さを b 、横の長さを c として、証明しなさい。

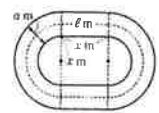


問題 4 次の(1)、(2)の場合に、道の面積を S m²、道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると、 $S = a\ell$ となることを証明しなさい。

(1) 右の図のような、長方形を組み合わせた図形の場合、



(2) 右の図のように、1辺の長さが x m の正方形と、直径が x m の2つの半円をあわせた形の土地があり、その周囲に幅 a m の道がある場合、



ポイント 4 自然数の性質の証明 次の問に答えなさい。

(1) 3つの続いた奇数で、大きい方の2数の積から小さい方の2数の積をひいた差は、中央の数の2倍に等しい。このことを証明しなさい。

(2) 4つの続いた奇数で、大きい方の2数の積から小さい方の2数の積をひいた差は、もとの4つの数の和に等しい。このことを証明しなさい。

(3) 2つの続いた偶数の積に1を加えた和は、この2つの偶数の間にある奇数の平方に等しい。このことを、2つの偶数を $2n$, $2n+2$ (n は整数) として、証明しなさい。

(4) 奇数と奇数の積は、奇数である、このことを、2つの奇数を $2m+1$, $2n+1$ (m , n は整数) として、証明しなさい。

因数 …… 単項式或多項式が、いくつかの単項式或多項式の積の形で表されるとき、そのひとつひとつの式を、もとの式の因数という。

例 $4xy$ では、4、 x 、 y 、 $4x$ など は因数である。
 $x^2 + 5x + 4 = (x+1)(x+4)$ であるから、 $x+1$ と $x+4$ は $x^2 + 5x + 4$ の因数である。

素因数 …… 素数である因数を素因数という。

素因数分解 …… 自然数を素因数の積で表すことを素因数分解という。

因数分解 …… 多項式をいくつかの因数の積として表すことを、その多項式を因数分解するという。

$$x^2 + 5x + 4 \xrightleftharpoons[\text{展開}]{\text{因数分解}} (x+1)(x+4)$$

共通因数 …… 多項式の各項に共通な因数があるとき、それがかっこの外にくくり出して、式を因数分解することができる。

$$ma + mb + mc = m(a + b + c)$$

例 (1) $3x^2 - 9x \leftarrow 3x \times x - 3x \times 3 = 3x(x-3)$
 (2) $6ax + 2a \leftarrow 2a \times 3x + 2a \times 1 = 2a(3x+1)$

※ かっこの中の式に共通な因数が残らないように、できるかぎり因数分解する。

平方根 …… ある数 x を2乗すると a になるとき、すなわち、 $x^2 = a$ であるとき、 x を a の平方根という。

例 $3^2 = 9$ 、 $(-3)^2 = 9$
 $\Rightarrow 9$ の平方根は3と-3である。
 これらをまとめて ± 3 と書き、「プラスマイナス3」と読む。

●平方根●
 ① 正の数には平方根が2つあって、絶対値が等しく、符号が異なる。
 ② 0の平方根は0だけである。(負の数には平方根はない)