16 平行線と比

学習日 月 日

ポイント 1 平行線と比

教科書 P.151・P.152 標準

■平行線と比 【定理】

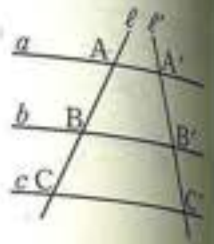
平行な3つの直線a、b、cが直線ℓとそれぞれA、B、Cで交わり、直線ℓ'とそれぞれA′、B′、C′で交われば、

AB：BC＝A′B′：B′C′

※右の図で、AB：AC＝A′B′：A′C′

BC：AC＝B′C′：A′C′

も成り立つ。



〔証明〕右の図のように、点Aを通りℓ'に平行な直線をひき、b、cとの交点をそれぞれD、Eとする。

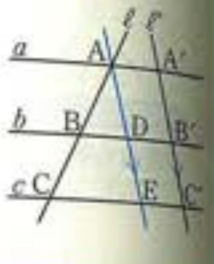
△ACEにおいて、BD∥CEであるから、

AB：BC＝AD：DE …①

また、四角形ADB′A′と四角形DEC′B′はどちらも平行四辺形であるから、

AD＝A′B′、DE＝B′C′ …②

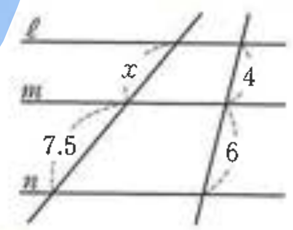
①、②から、AB：BC＝A′B′：B′C′



確認問題 1 次の問に答えなさい。

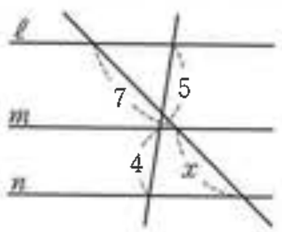
□(1) 次の図で、直線ℓ、m、nがいずれも平行であるとき、xの値を求めなさい。

※□①



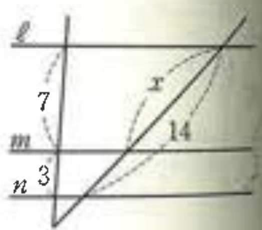
x＝

□②



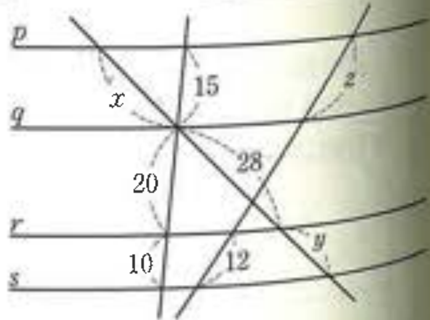
x＝

※□③



x＝

□(2) 右の図で、直線p、q、r、sがいずれも平行であるとき、x、y、zの値を求めなさい。



x＝ y＝ z＝

学習目標 ・平行線と比の定理を理解し、性質を利用する。 ▶教科書p.151～154

ポイント 2 線分を等分する点

教科書 P.152 標準

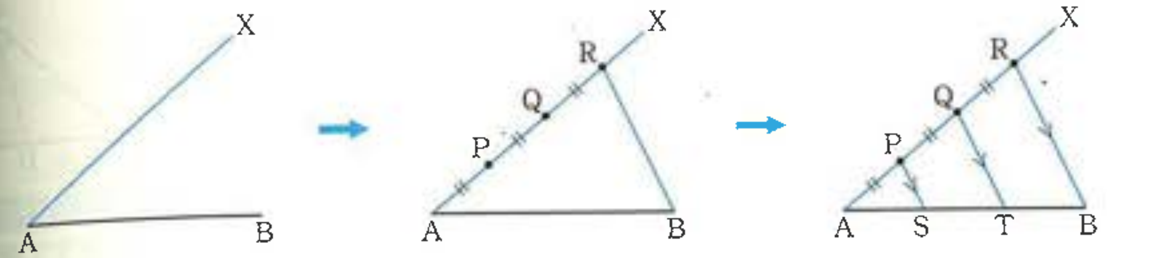
平行線と比の性質を利用して、線分を等分する点を求めることができる。

例 与えられた線分ABを3等分する点S、Tを求める方法

1 点Aから半直線AXをひく。

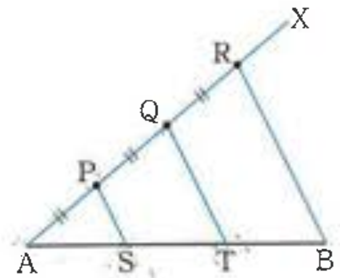
2 AX上に、点Aから順に等間隔に3点P、Q、Rをとり、点RとBを結ぶ。

3 点P、QからRBに平行な直線をひき、ABとの交点をそれぞれS、Tとする。



確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) ポイント 2 の 例 について、点S、Tが線分ABを3等分することを次のように証明した。空らんにあてはまる記号を答えなさい。



〔証明〕右の図の△AQTにおいて、［　　］∥QTだから、

AS：ST＝［　　］：［　　］＝1：1

つまり、AS＝［　　］

また、PS、QT、［　　］はいずれも平行だから、

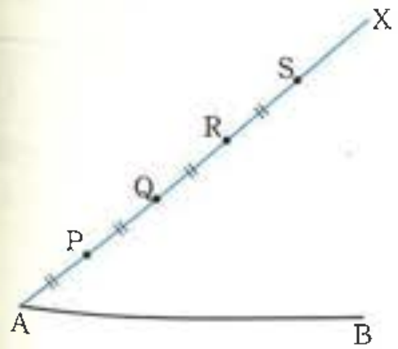
ST：TB＝［　　］：［　　］＝1：1

つまり、ST＝［　　］

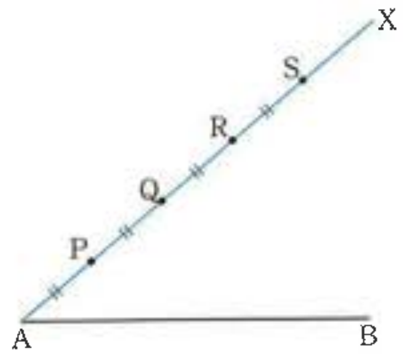
よって、AS＝ST＝TBとなるので、点S、Tは線分ABを3等分する。

※□(2) 次の図で、半直線AX上の点P、Q、R、Sは、点Aから順に等間隔にとった点である。それぞれの点を図の中にかき入れなさい。

□① 線分ABの中点M



□② 線分ABを3：1に分ける点C

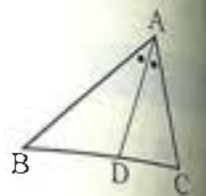


ポイント 3 角の二等分線と比　　教科書 P.153

■角の二等分線と比

△ABC の ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、

AB：AC＝BD：DC



〔証明〕 右の図のように、点 C を通り、AD に平行な直線をひき、BA の延長との交点を E とする。

△BCE において、AD∥EC であるから、　BA：AE＝BD：DC　…①

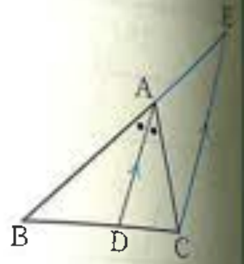
AD∥EC より、同位角は等しいから、　∠AEC＝∠BAD

平行線の錯角は等しいから、　∠ACE＝∠CAD

仮定から、∠BAD＝∠CAD だから、　∠AEC＝∠ACE

よって、△ACE は二等辺三角形であり、　AE＝AC　…②

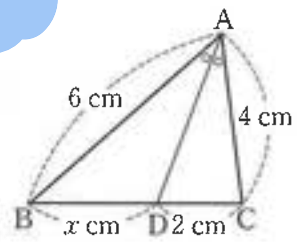
①、②より、　AB：AC＝BD：DC



確認問題 3　次の問に答えなさい。

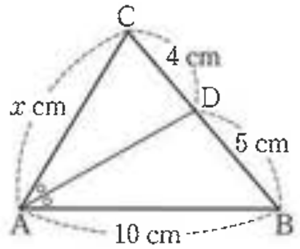
□(1) 次の図で、∠BAD＝∠CAD とするとき、x の値を求めなさい。

□①



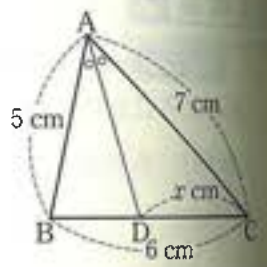
x＝

□②



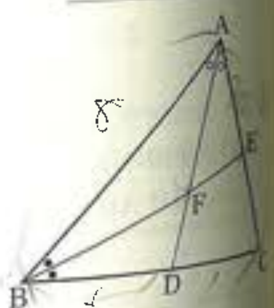
x＝

□③



x＝

□(2) AB＝8 cm、BC＝7 cm、CA＝6 cm の △ABC で、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D、∠B の二等分線と辺 CA の交点を E とする。また、AD と BE の交点を F とする。



□① BD、AE の長さを求めなさい。

BD

AE

□② AF：FD、BF：FE のそれぞれを、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

AF：FD

BF：FE

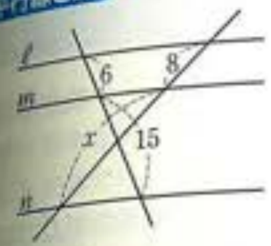
10/27 (A)

P.145 ②(3)

16 標準問題

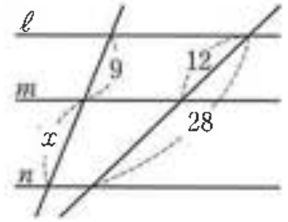
1 平行線と比　次の図で、直線 ℓ、m、n がいずれも平行であるとき、xの値を求

□(1)



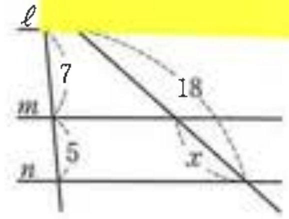
x＝

□(2)



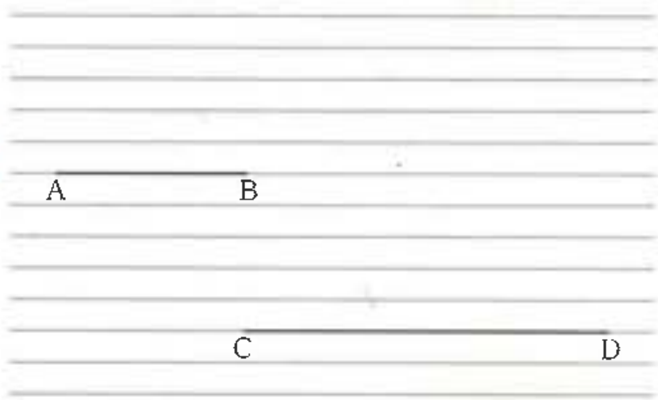
x＝

□(3)



x＝

2 線分を等分する点　ノートの罫線は等しい間隔の平行線でできている。右の図の罫線を利用して、次のそれぞれの点を図の中にかき入れなさい。　ポイント 2

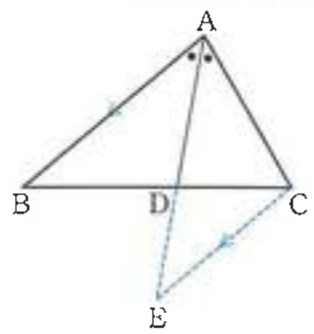


□(1) 線分 AB を 3 等分する点 P、Q

□(2) 線分 CD を 3：4 に分ける点 R

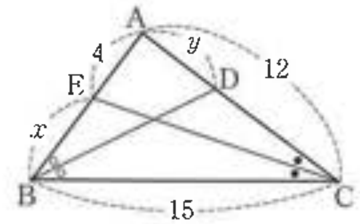
3 角の二等分線と比　次の問に答えなさい。　ポイント 3

□(1) △ABC の ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、AB：AC＝BD：DC となる。このことを証明したい。次の証明の続きを書きなさい。



点 C を通り、AB に平行な直線をひき、AD の延長との交点を E とする。

□(2) 右の図の △ABC で、∠ABD＝∠CBD、∠ACE＝∠BCE とするとき、x、y の値を求めなさい。



x＝

y＝

5章 相似な図形

17 相似な図形の面積と体積

学習日　月　日

ポイント 1 相似な図形の相似比と面積比

教科書 P.156 ～ P.158　基本

■相似な平面図形の周と面積

相似な 2 つの平面図形において、相似比が $m:n$ ならば、

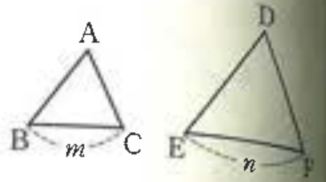
周の長さの比は、$m:n$

面積比は、　　$m^2:n^2$

例　△ABC∽△DEF で、相似比が 2：3 のとき、

周の長さの比は、2：3

面積比は、　　$2^2:3^2=4:9$



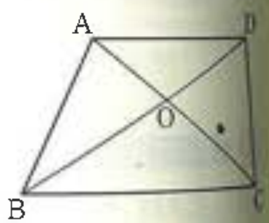
確認問題 1　次の問に答えなさい。

※□(1)　相似な 2 つの図形 P、Q があり、その相似比は 5：3 である。

□①　P と Q の周の長さの比を求めなさい。　　□②　P と Q の面積比を求めなさい。

□③　P の面積が 50 cm² のとき、Q の面積を求めなさい。

※□(2)　右の図は、AD∥BC の台形 ABCD で、AD＝10 cm、BC＝15 cm である。対角線 AC と BD の交点を O とする。

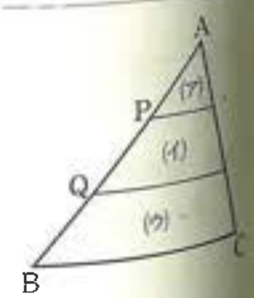


□①　AO：OC を求めなさい。

□②　△AOD と △COB の周の長さの比を求めなさい。

□③　△AOD の面積が 16 cm² のとき、△COB の面積を求めなさい。

□(3)　右の図で、点 P、Q は △ABC の辺 AB を 3 等分する点である。それらの点を通り辺 BC に平行な線分で、△ABC を(ア)、(イ)、(ウ)の 3 つの部分に分けた。



□①　△ABC の周の長さは、(ア)の周の長さの何倍か。

□②　(ア)の面積が a のとき、(イ)、(ウ)の面積を a を使って表しなさい。

(イ)

(ウ)

学習目標
・相似な図形の相似比と面積比の関係がわかる。
・相似な立体の相似比と面積比、体積比の関係がわかる。

▶教科書 p.155～161

ポイント 2 相似な立体の表面積の比や体積比

教科書 P.159 ～ P.161　基本

■相似な立体

立体の形を変えずに、一定の割合に拡大または縮小した立体は、もとの立体と相似であるという。

相似な立体では、対応する線分の長さの比は一定である。この比を相似比という。

■相似な立体の表面積と体積

相似な 2 つの立体において、相似比が $m:n$ ならば、

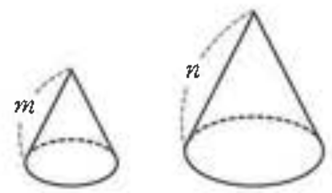
表面積の比は、$m^2:n^2$

体積比は、　　$m^3:n^3$

例　相似な 2 つの円錐 A、B で、相似比が 2：3 のとき、

表面積の比は、$2^2:3^2=4:9$

体積比は、　　$2^3:3^3=8:27$



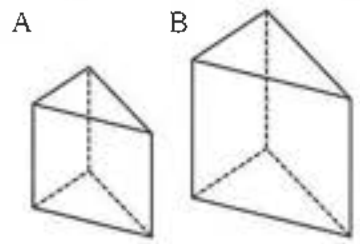
確認問題 2　次の問に答えなさい。

□(1)　相似な 2 つの立体 P、Q があり、その相似比は 2：1 である。

□①　P の表面積が 60 cm² のとき、Q の表面積を求めなさい。

□②　P の体積が 24 cm³ のとき、Q の体積を求めなさい。

□(2)　右の図で、2 つの三角柱 A、B は相似であり、高さはそれぞれ 6 cm、8 cm である。

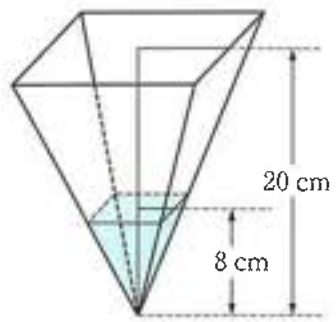


□①　A と B の表面積の比を求めなさい。

□②　A と B の体積比を求めなさい。

□③　B の体積が 128 cm³ のとき、A の体積を求めなさい。

□(3)　右の図のような、高さが 20 cm の正四角錐の形をした容器がある。この容器に水を 80 cm³ 入れたら、深さが 8 cm になった。



□①　水が入っている部分と容器は相似である。その相似比を求めなさい。

□②　この容器に水を入れて満水にしたい。あと何 cm³ の水を入れればよいか。

ポイント 3 線分の比と面積比

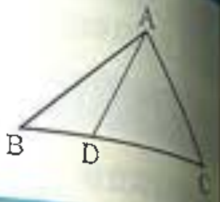
教科書 P.165 応用

■線分の比と面積比

高さの等しい三角形の面積比は、底辺の長さの比に等しい。

△ABD：△ADC＝BD：DC

△ABC：△ADC＝BC：DC



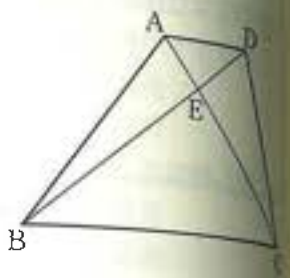
確認問題 3 次の問に答えなさい。

(1) 右の図は、AD∥BC の台形 ABCD で、BC＝3AD である。対角線 AC と BD の交点を E とする。

① 次の三角形の面積比を求めなさい。

(i) △AED：△ABE

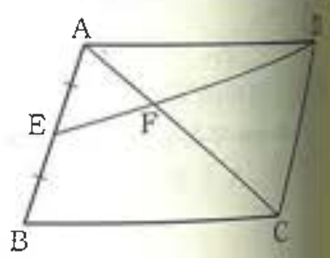
(ii) △AED：△CEB



② △AED の面積が 6 cm² のとき、台形 ABCD の面積を求めなさい。

(2) 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。E は辺 AB の中点で、AC と DE の交点を F とする。

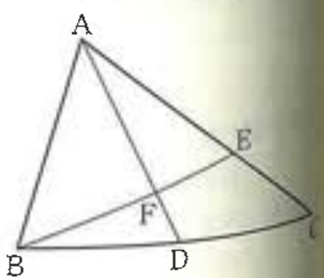
① AF：FC を求めなさい。



② △AFD と ▱ABCD の面積比を求めなさい。

(3) 右の図の △ABC で、点 D は辺 BC の中点、点 E は辺 AC 上の点で、AE：EC＝3：2 となる点である。AD と BE の交点を F とする。

① AF：FD を求めなさい。



② △ABC の面積を S とするとき、△AFE の面積を S を使って表しなさい。

17 標準問題

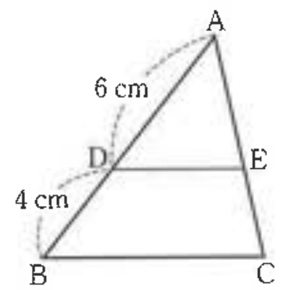
学習日　月　日

1 相似な図形の相似比と面積比 次の問に答えなさい。 ポイント 1

(1) 四角形 ABCD と四角形 EFGH は相似で、相似比は 2：3 である。四角形 ABCD の面積が 20 cm² であるとき、四角形 EFGH の面積を求めなさい。

(2) 右の図の △ABC で、DE∥BC、AD＝6 cm、DB＝4 cm である。

① △ADE と △ABC の周の長さの比を求めなさい。



② △ABC の面積が 30 cm² のとき、台形 DBCE の面積を求めなさい。

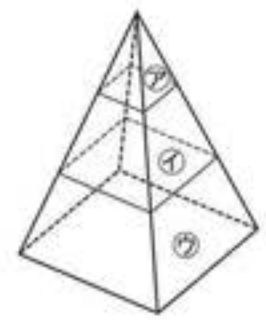
2 相似な立体の表面積の比や体積比 次の問に答えなさい。 ポイント 2

(1) 相似な 2 つの円錐 A、B があり、底面の円の半径はそれぞれ 6 cm、8 cm である。

① A と B の表面積の比を求めなさい。

② A の体積が 108π cm³ のとき、B の体積を求めなさい。

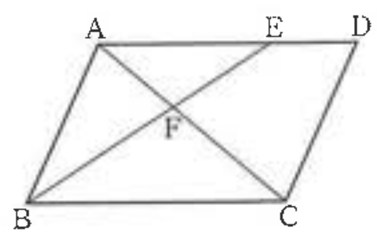
(2) 右の図のように、正四角錐を、底面に平行で高さを 3 等分する 2 つの平面で切り、3 つの部分㋐、㋑、㋒に分けた。㋐の体積が a のとき、㋑、㋒の体積をそれぞれ a を使って表しなさい。



㋑

㋒

3 線分の比と面積比 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。E は辺 AD 上の点で、AE：ED＝2：1 となる点である。AC と BE の交点を F とする。次の問に答えなさい。 ポイント 3



(1) AF：FC を求めなさい。

(2) ▱ABCD の面積を S とするとき、△AFE の面積を S を使って表しなさい。

18 円周角の定理

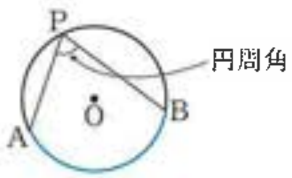
学習日　月　日

ポイント 1 円周角の定理

教科書 P.170～P.173 基本

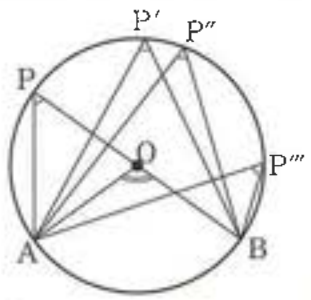
■円周角（えんしゅうかく）

円 O において、$\overset{\frown}{AB}$ を除く円周上の点を P とするとき、$\angle APB$ を $\overset{\frown}{AB}$ に対する**円周角**という。



■円周角の定理

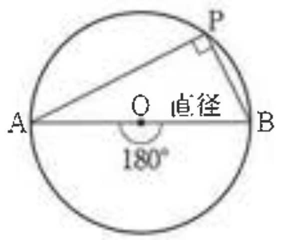
1 つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。



$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

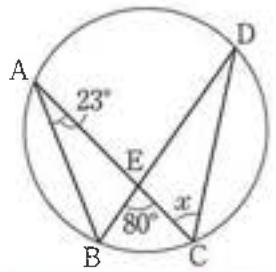
■直径と円周角

線分 AB を直径とする円の周上に A、B と異なる点 P をとれば、$\angle APB = 90^\circ$ である。

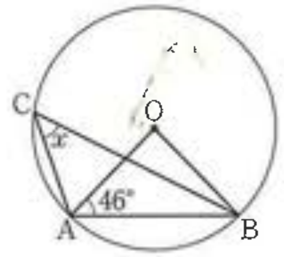


例題 次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)



解き方 (1) 同じ弧に対する円周角を見つける。

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから、

$\angle BDC = \angle BAC = 23^\circ$

△DCE で、

$\angle x + 23^\circ = 80^\circ$

$\angle x = 80^\circ - 23^\circ$

$= 57^\circ$

答 57°

(2) 半径から二等辺三角形を見つける。

OA＝OB であるから、

$\angle OAB = \angle OBA = 46^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ - 46^\circ \times 2$

$= 88^\circ$

$\angle x = \frac{1}{2} \times 88^\circ$

$= 44^\circ$

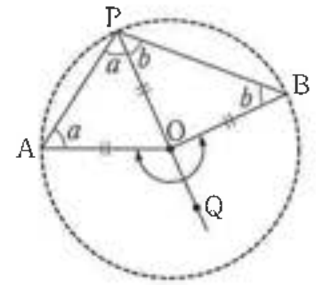
答 44°

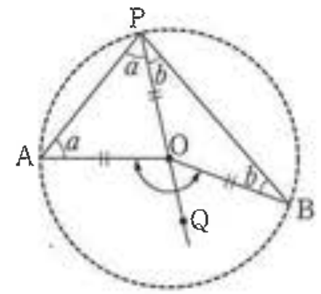
学習目標
- 円周角の定理とその逆を理解する。
- 円周角の定理をいろいろな問題に応用する。

▶教科書 p.167～178

確認問題 1 次の問に答えなさい。

□(1) 右の図のように、OP を共有する 2 つの二等辺三角形を利用して、「1 つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の半分である」ことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを答えなさい。





〔証明〕 PO の延長上に点 Q をとると、

$\angle AOQ = \angle OPA + \angle \boxed{\quad} = 2\angle a$

$\angle BOQ = \angle OPB + \angle \boxed{\quad} = 2 \boxed{\quad}$

よって、$\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ$

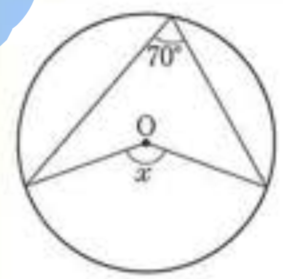
$= 2(\boxed{\quad})$

$= 2\angle APB$

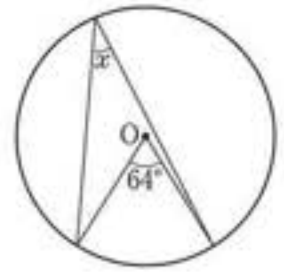
したがって、$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$ となり、$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は、$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角の半分である。

□(2) 次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

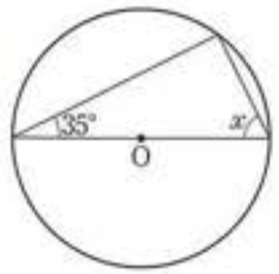
★□①



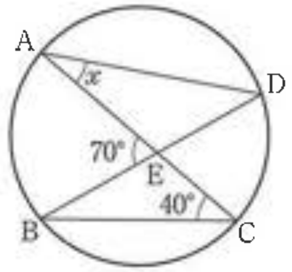
★□②



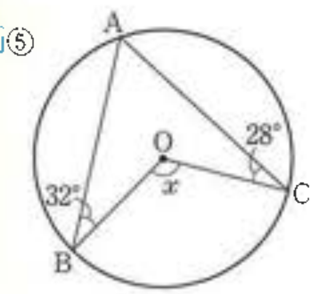
□③



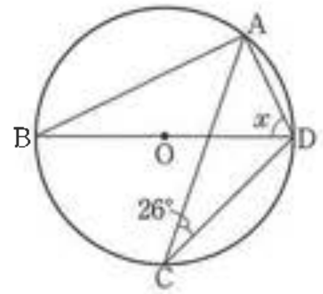
□④



★□⑤



□⑥

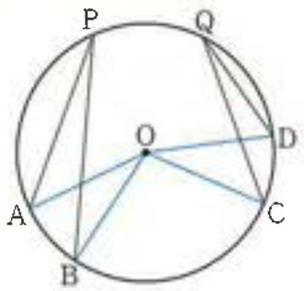


ポイント 2 円周角と弧　教科書 P.174・P.175　基本

円周角と弧

1つの円で、

1. 等しい円周角に対する弧は等しい。
   右の図で、$\angle APB = \angle CQD$ ならば、
   $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$
2. 等しい弧に対する円周角は等しい。
   右の図で、$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ならば、
   $\angle APB = \angle CQD$



〔証明〕 円周角の定理より、

$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$、$\angle CQD = \frac{1}{2}\angle COD$ …①

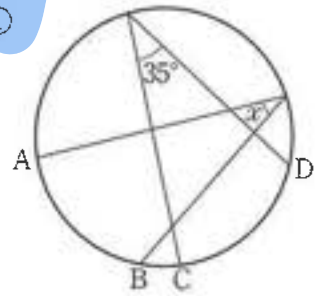
1. $\angle APB = \angle CQD$ のとき、
   ①から、$\angle AOB = \angle COD$
   等しい中心角に対する弧は等しいから、
   $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$
2. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ のとき、
   等しい弧に対する中心角は等しいから、
   $\angle AOB = \angle COD$
   ①から、$\angle APB = \angle CQD$

※ 1つの円で、等しい弧に対する弦は等しいが、
1つの弦に対する弧は2つあるから、逆は成り立たない。

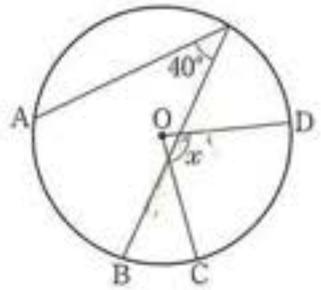
確認問題 2　次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□①

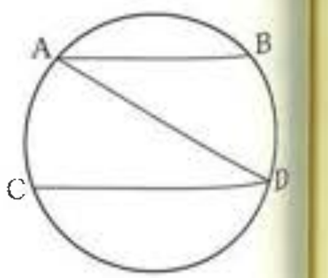


□②



□(2) 右の図のように、1つの円の周上に4点A、B、C、Dがあり、AB∥CD である。このとき、$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ となることを証明しなさい。

[　　　　]

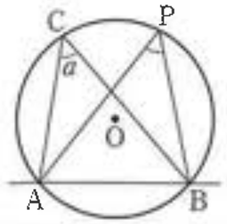


ポイント 3 円周角の定理の逆　教科書 P.176・P.177　基本

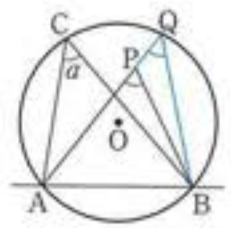
円の周上や内部、外部にある点

点Pが円Oの周上や内部、外部にあるとき、$\angle APB$ の大きさを、$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角 $\angle a$ の大きさと比べると、次のようになる。

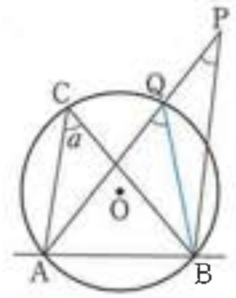
① 円Oの周上にあるとき　② 円Oの内部にあるとき　③ 円Oの外部にあるとき



$\angle APB = \angle a$



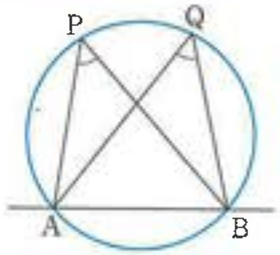
$\angle APB > \angle a$



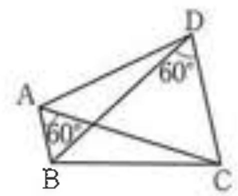
$\angle APB < \angle a$

円周角の定理の逆

4点A、B、P、Qについて、P、Qが直線ABの同じ側にあって
$\angle APB = \angle AQB$
ならば、この4点は1つの円周上にある。

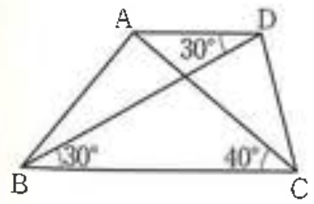


例 右の図で、A、Dは直線BCの同じ側にあって、
$\angle BAC = \angle BDC = 60°$
だから、4点A、B、C、Dは1つの円周上にある。

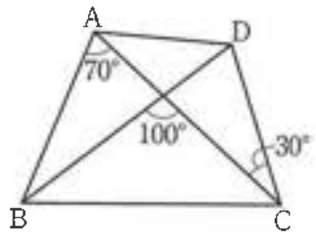


＊確認問題 3　次の(1)〜(4)について、4点A、B、C、Dが1つの円周上にあるものには○、そうでないものには×を書きなさい。

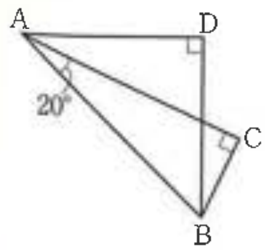
□(1)



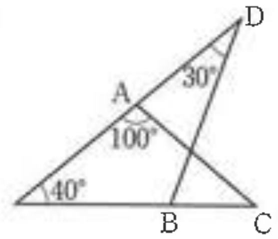
□(2)



□(3)



□(4)

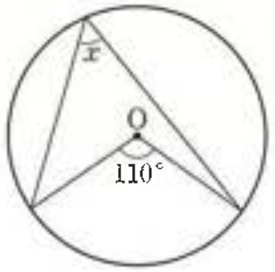


18 標準問題

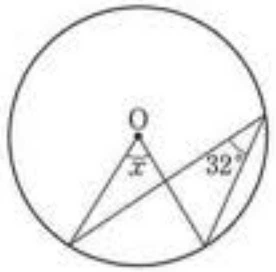
学習日　　月　　日

1 円周角の定理　次の図で、∠xの大きさを求めなさい。　ポイント 1

(1)

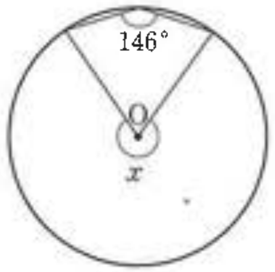


(2)

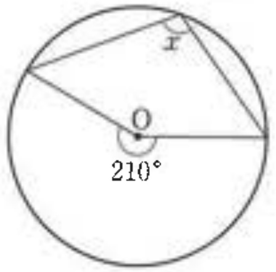


(3)

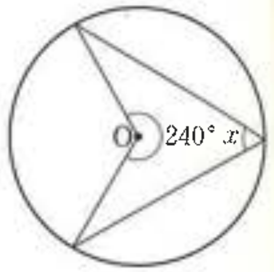
(4)



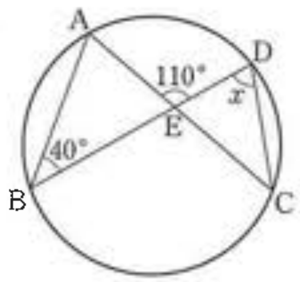
(5)



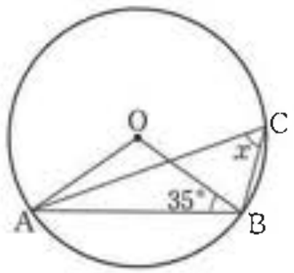
(6)



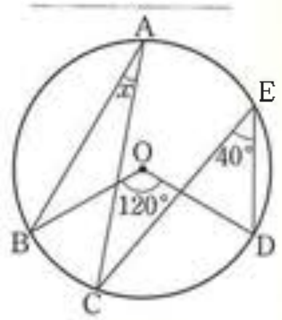
(7)



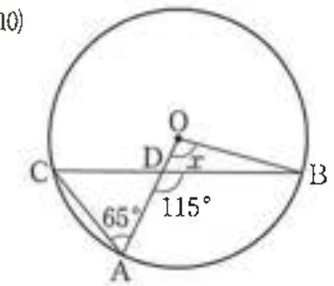
(8)



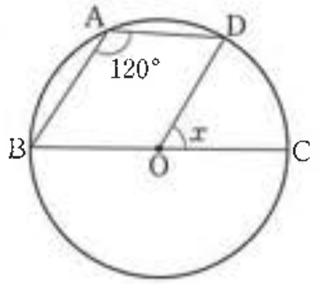
(9)



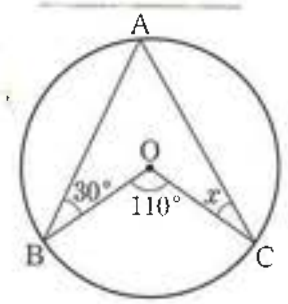
(10)



(11)

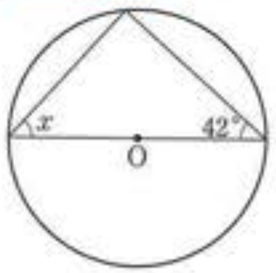


(12)

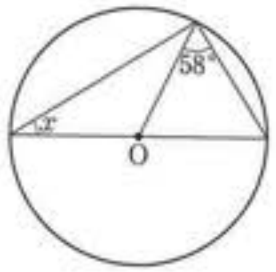


2 直径と円周角　次の図で、∠xの大きさを求めなさい。　ポイント 1

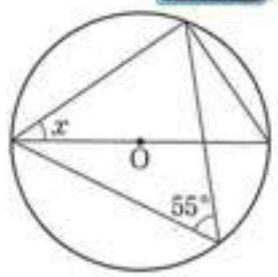
(1)



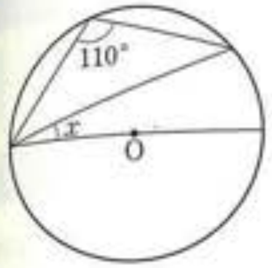
(2)



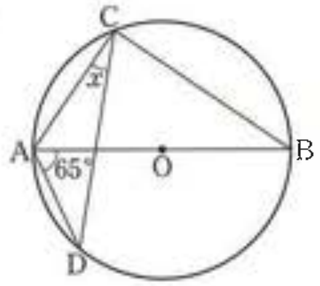
(3)



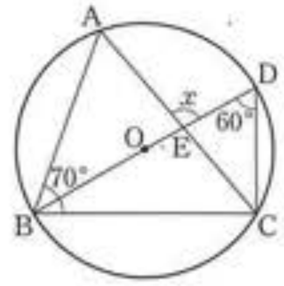
(4)



(5)



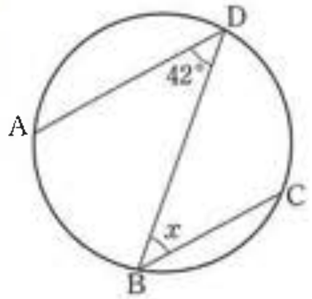
(6)



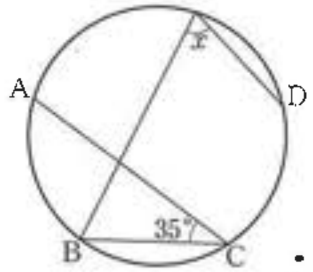
3 円周角と弧　次の問に答えなさい。　ポイント 2

(1) 次の図で、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$のとき、∠$x$の大きさを求めなさい。

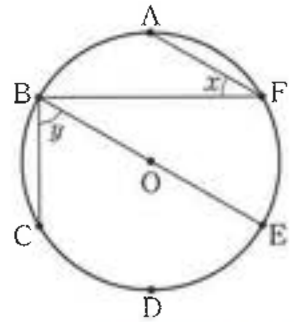
①



②



(2) 右の図で、A、B、C、D、E、Fは、円周を6等分する点である。∠x、∠yの大きさを求めなさい。

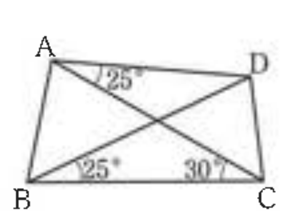


∠x＝　　　　∠y＝

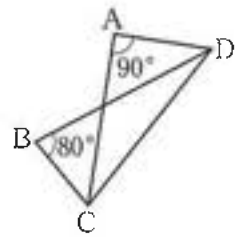
4 円周角の定理の逆　次の問に答えなさい。　ポイント 3

(1) 次の㋐～㋓について、4点A、B、C、Dが1つの円周上にあるものを選びなさい。

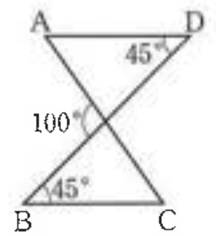
㋐



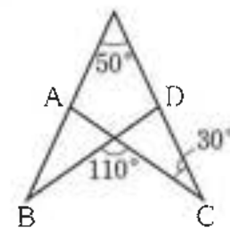
㋑



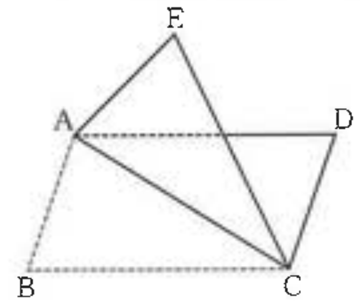
㋒



㋓



(2) 右の図のように、▱ABCDを対角線ACで折り曲げて、点Bが移った点をEとする。このとき、4点A、C、D、Eは1つの円周上にあることを証明しなさい。



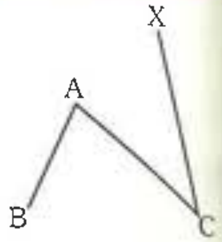
19 円周角の定理の利用

学習日　　月　　日

ポイント 1 作図と円周角

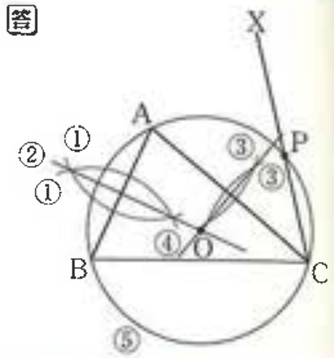
教科書 P.179　標準

例題　右の図の半直線 CX 上に点 P を ∠BAC＝∠BPC となるようにとるとき、このような点 P を作図によって、求めなさい。



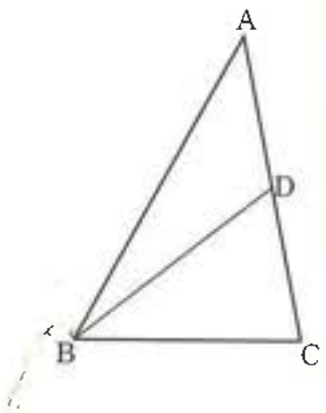
解き方　3 点 A、B、C を通る円を作図して、半直線 CX との交点を P とすれば、円周角の定理から、∠BAC＝∠BPC がいえる。
したがって、次の順に作図すればよい。
1　3 点 A、B、C を通る円の中心 O を求める。
➪ 2 辺 AB、AC それぞれの垂直二等分線を作図する。
それらの交点が O になる。
2　O を中心として、3 点 A、B、C を通る円をかき、半直線 CX との交点を P とする。

答

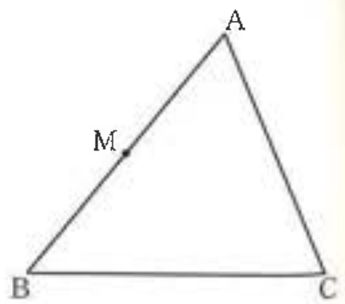


確認問題 1　次の問に答えなさい。

※□(1)　右の図の △ABC において、点 D は辺 AC 上の点である。辺 AB 上に点 P を ∠BPC＝∠BDC となるようにとるとき、このような点 P を作図によって、求めなさい。



□(2)　右の図の △ABC において、点 M は辺 AB の中点である。この点を利用して、点 A から辺 BC にひいた垂線 AH を作図しなさい。



学習目標
・円の接線と円周角の定理の関係を理解する。
・円周角の定理を利用した応用問題が解けるようになる。

▶教科書 p.179～183

ポイント 2 円の接線

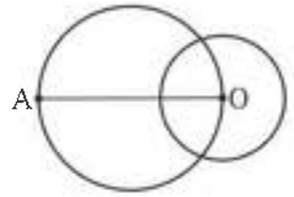
教科書 P.180・P.181　標準

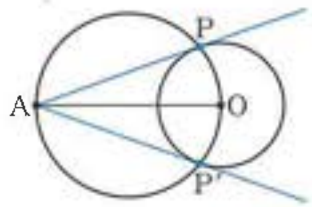
円の接線の性質

円の接線は、接点を通る半径に垂直である。

円周角の定理を利用して、円の接線を作図することができる。

例　円 O の外の点 A から、この円への接線を作図する方法
1　OA を直径とする円を作図する。
2　2 つの円の交点を P、P′ とし、直線 AP、AP′ をひく。





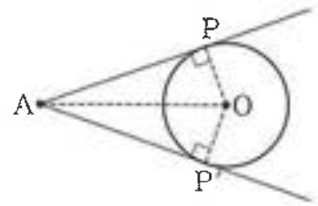
点 P、P′ は OA を直径とする円の周上の点、∠APO と ∠AP′O は半円の弧に対する円周角だから、
∠APO＝90°、∠AP′O＝90°
となる。

接線の長さ

円 O の外の点 A から、この円への接線 AP、AP′ をひいたとき、線分 AP または AP′ の長さを、点 A から円 O にひいた**接線の長さ**という。

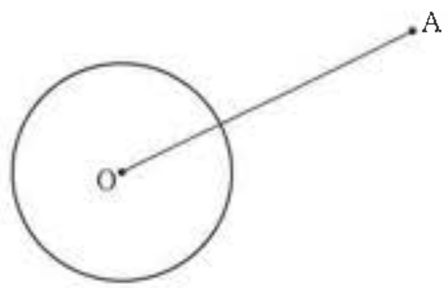
円外の 1 点から、その円にひいた 2 つの接線の長さは等しい。

右の図で、AP＝AP′ となる。



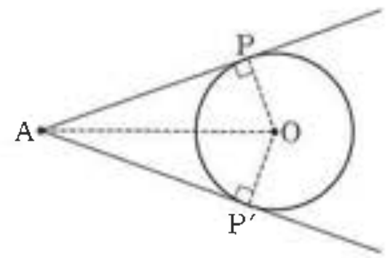
確認問題 2　次の問に答えなさい。

★□(1)　右の図のように、円 O と点 A が与えられている。点 A からこの円への接線 AP、AP′ を作図しなさい。



□(2)　右の図で、AP、AP′ は円 O の接線で、点 P、P′ は接点である。
AP＝AP′ となることを証明しなさい。

［　　　　　］



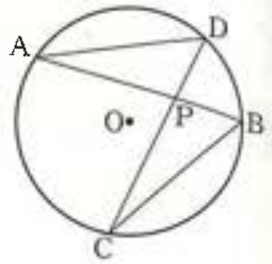
ポイント 3 円と相似

教科書 P.182・P.183　標準

例題 右の図のように、円Oの2つの弦AB、CDの交点をPとする。

(1) △DAP∽△BCPとなることを証明しなさい。

(2) DP＝5 cm、AP＝10 cm、BP＝6 cmのとき、CPの長さを求めなさい。



解き方 (1) 円の問題では、円周角に着目する。

〔証明〕 △DAPと△BCPにおいて、

対頂角は等しいから、

∠DPA＝∠BPC …①

$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから、

∠ADP＝∠CBP …②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

△DAP∽△BCP

(2) 対応する辺の比は等しいから、AP：CP＝DP：BP

CP＝x cmとすると、　$10 : x = 5 : 6$

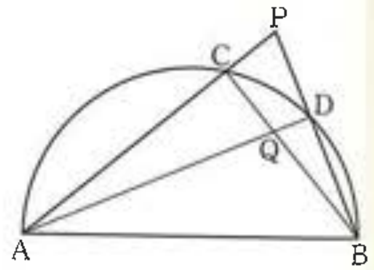
$5x = 60$

$x = 12$

答 12 cm

確認問題 3 次の問に答えなさい。

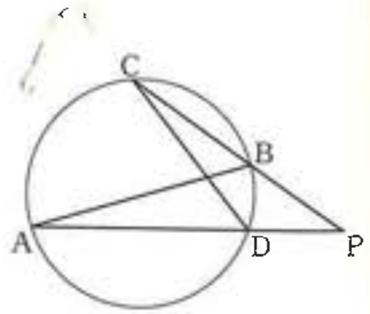
(1) 右の図はABを直径とする半円で、C、Dは$\overset{\frown}{AB}$上の点である。AC、BDをそれぞれ延長した交点をPとし、ADとBCの交点をQとする。△APD∽△BQDとなることを証明しなさい。



［　　］

(2) 右の図のように、円の2つの弦AB、CDが交わっている。2つの直線AD、CBをひいて、その交点をPとする。

① △ABP∽△CDPとなることを証明しなさい。



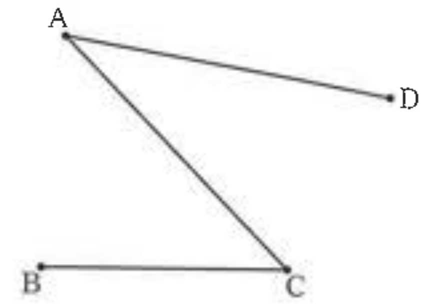
［　　］

② AB＝12 cm、CD＝10 cm、BP＝6 cmのとき、DPの長さを求めなさい。

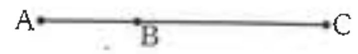
19 標準問題

学習日　月　日

1 作図と円周角　右の図のように4点A、B、C、Dがある。線分AD上に点Pを∠APB＝∠ACBとなるようにとるとき、このような点Pを作図によって、求めなさい。　ポイント 1

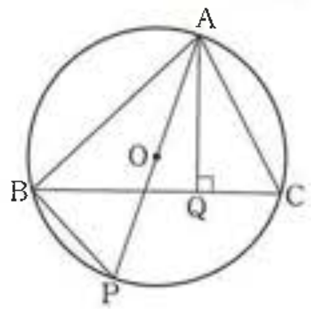


★**2** 円の接線　右の図のように、3点A、B、Cが一直線上にある。点Aを中心とする半径ABの円をかき、点Cからこの円へ接線CP、CP′をひく。この2本の接線を作図しなさい。　ポイント 2



3 円と相似　次の問に答えなさい。　ポイント 3

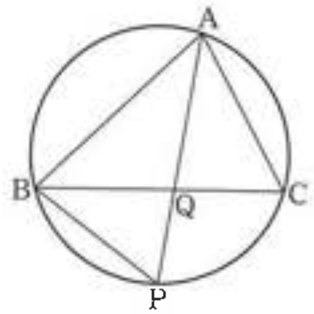
★(1) 右の図の3点A、B、Cは円Oの周上の点である。APは直径であり、AからBCに垂線AQをひく。△ABP∽△AQCとなることを証明しなさい。



［　　］

(2) 右の図で、A、B、C、Pは円の周上の点で、$\overset{\frown}{BP}=\overset{\frown}{CP}$である。また、APとBCの交点をQとする。

① △ABP∽△AQCとなることを証明しなさい。



［　　］

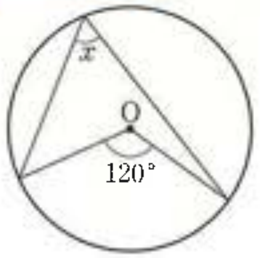
② AB＝8 cm、AC＝7 cm、AP＝10 cmのとき、AQの長さを求めなさい。

単問トレーニング

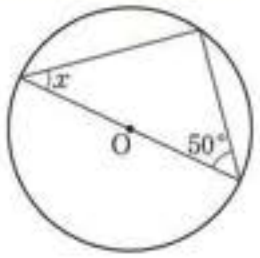
学習日　　月　　日

1 円周角の定理　次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。　18 ポイント 1

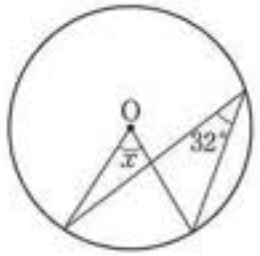
□(1)



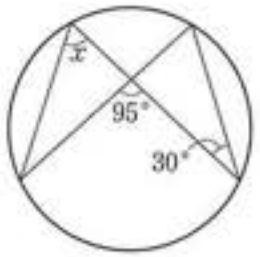
□(2)



□(3)

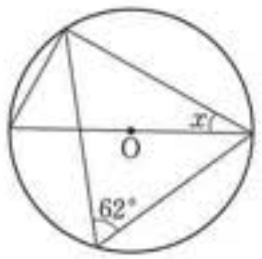


□(4)

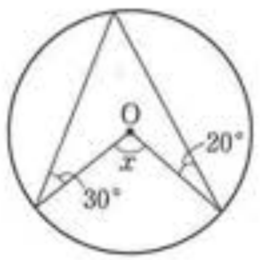


□(5)

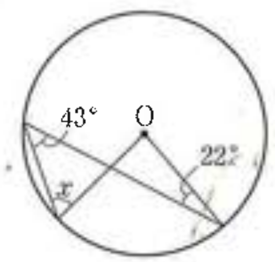
□(6)



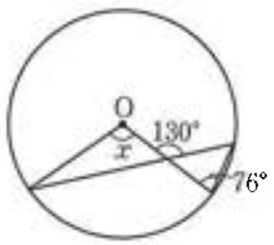
□(7)



□(8)



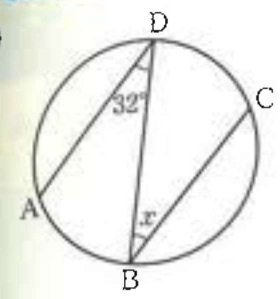
□(9)



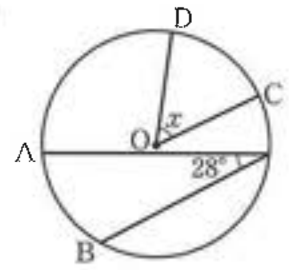
□(10)

2 円周角と弧　次の図で、$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。　18 ポイント 2

□(1)



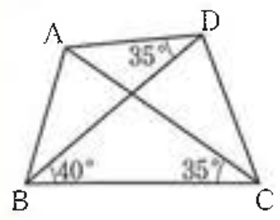
□(2)



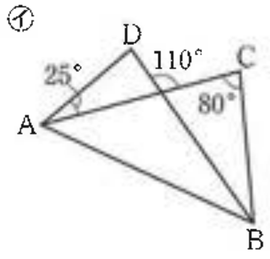
3 円周角の定理の逆　次の㋐～㋓について、4 点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを選びなさい。　18 ポイント 3

□

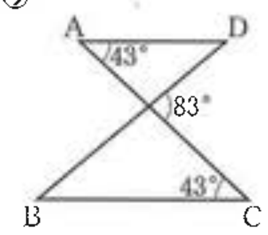
㋐



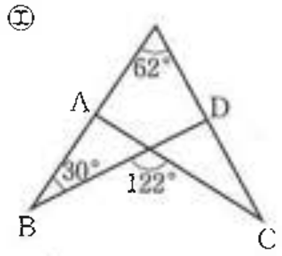
㋑



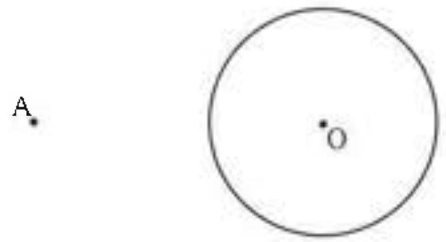
㋒



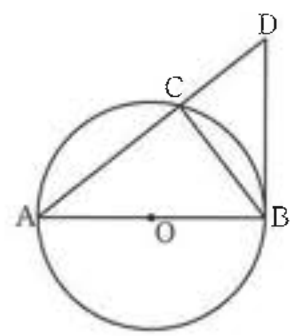
㋓



4 円の接線　下の図の円 O の外の点 A から、円 O への接線 AP、AP′ を作図しなさい。　19 ポイント 2



5 円と相似　右の図のように、AB を直径とする円 O がある。円周上に点 C をとり、B を通る円の接線と直線 AC の交点を D とし、B と C をむすぶとき、$\angle ABC = \angle ADB$ であることを証明しなさい。　19 ポイント 3



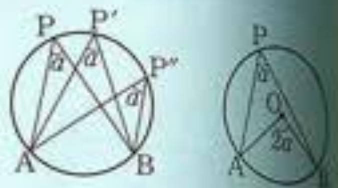
◆次の□をうめなさい。

18

ポイント1 円Oにおいて、$\overset{\frown}{AB}$を除く円周上の点をPとするとき、∠APBを$\overset{\frown}{AB}$に対する ① という。また、$\overset{\frown}{AB}$を∠APBに対する ② という。

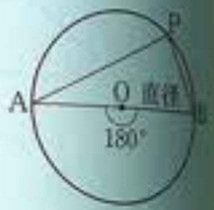
ポイント1 円周角の定理

1つの弧に対する ③ の大きさは一定であり、その弧に対する ④ の半分である。



ポイント1 線分ABを直径とする円の周上にA、Bと異なる点Pをとれば、

∠APB= ⑤ である。



ポイント2 円周角と弧について、次の①、②が成り立つ。

□① 1つの円において、等しい円周角に対する ⑥ は等しい。

右の図で、∠APB=∠CQDのとき、$\overset{\frown}{AB}$= ⑦

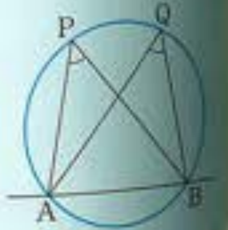
□② 1つの円において、等しい弧に対する ⑧ は等しい。

右の図で$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$のとき、∠APB= ⑨

ポイント3 4点A、B、P、Qについて、P、Qが、直線ABの同じ側にあって、

∠APB=∠AQBならば、この4点は1つの円周上にある。

これを ⑩ という。

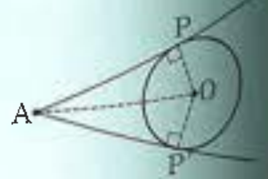


19

ポイント2 円の接線には、次のような性質がある。

□① 円の接線は、接点を通る半径に ⑪ である。

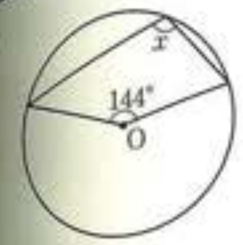
□② 円外の1点から、その円にひいた2つの ⑫ は等しい。



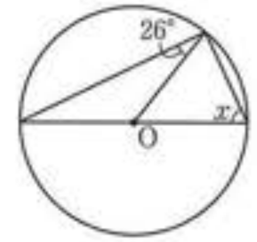
18 ポイント 1～3

1 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。

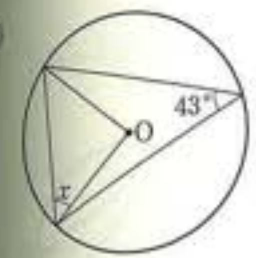
□(1)



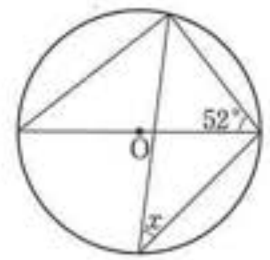
□(2)



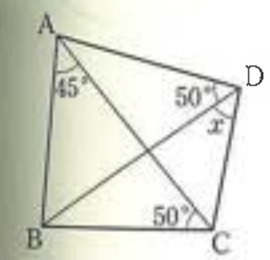
□(3)



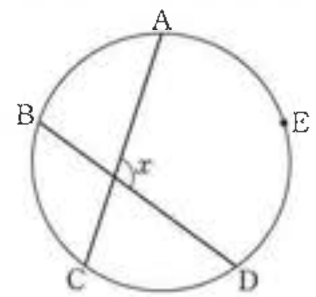
□(4)



□(5)

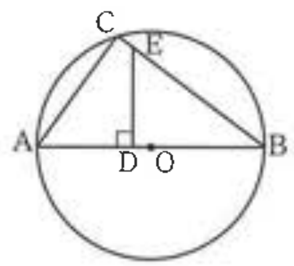


□(6) 点A、B、C、D、Eは、円周を5等分する点



2 右の図のように、ABを直径とする円Oがある。$\overset{\frown}{AB}$上に点Cをとり、辺AB上に点D、辺BC上に点Eを、AB⊥DEとなるようにとるとき、次の問に答えなさい。

19 ポイント 3



□(1) △ABC∽△EBDとなることを証明しなさい。

□(2) BC＝8cm、CA＝6cm、BD＝6cmのとき、DEの長さを求めなさい。

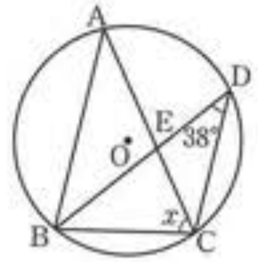
定期テスト対策 B　6章　18～19 の総仕上げ

学習日　　月　　日

1 次の図で、∠x の大きさを求めなさい。

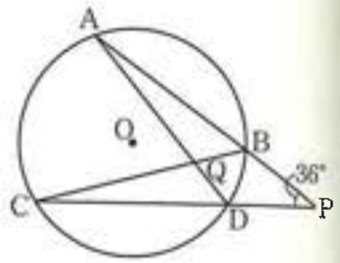
□(1)

□(2)　AB // DC、BC = CD



2 次の問に答えなさい。

□(1)　右の図のように、円 O の 2 つの弦 AB、CD をそれぞれ延長した直線の交点を P、AD と BC の交点を Q とする。∠APC = 36° のとき、次の問に答えなさい。

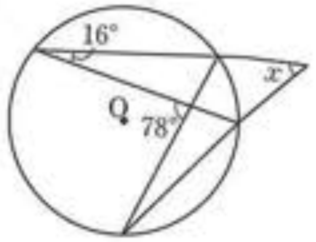


□①　∠BAD = x° として、∠ABC の大きさを、x の式で表しなさい。

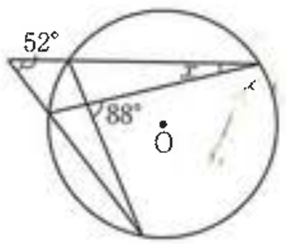
□②　∠AQC = 64° のとき、∠BAD の大きさを求めなさい。

□(2)　次の図で、∠x の大きさを求めなさい。

□①



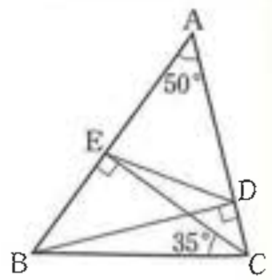
□②



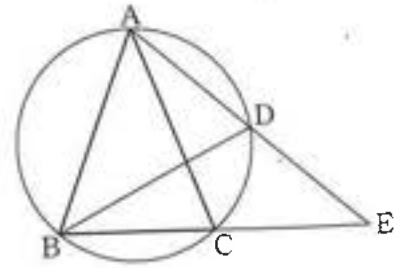
3 右の図のような △ABC があり、頂点 B、C から辺 AC、AB に垂線 BD、CE をひく。∠A = 50°、∠BCE = 35° のとき、次の角の大きさを求めなさい。

□(1)　∠DCE

□(2)　∠DEC



4 右の図で、A、B、C、D は円の周上の点で、△ABC は AB = AC の二等辺三角形である。AD、BC を延長した交点を E とするとき、次の問に答えなさい。

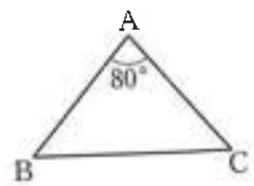


□(1)　△ABE ∽ △ADB となることを証明しなさい。

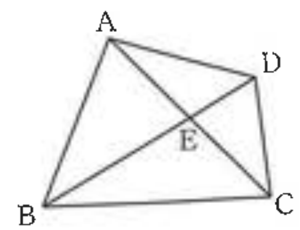
□(2)　AD = DE = 3 cm のとき、AB の長さを求めなさい。

5 右の図は、頂角 ∠A が 80° の二等辺三角形 ABC である。この図を利用して、頂角 ∠P が 40° の二等辺三角形 PBC を作図しなさい。

□



6 右の図のように、四角形 ABCD がある。この四角形の対角線をひくと、∠ABD = ∠ACD となった。対角線の交点を E とする。このとき次の問に答えなさい。



□(1)　△AED ∽ △BEC であることを証明しなさい。

□(2)　DE = 2cm、BE = 4.5cm、AC = 6cm のとき、EC の長さを求めなさい。

20 三平方の定理

学習日　月　日

ポイント 1 三平方の定理

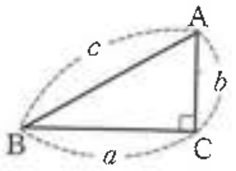
教科書 P.190・P.191　基本

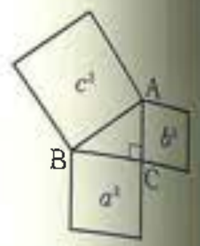
■三平方の定理（さんへいほう）

直角三角形の直角をはさむ２辺の長さを a、b、斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

$a^2+b^2=c^2$

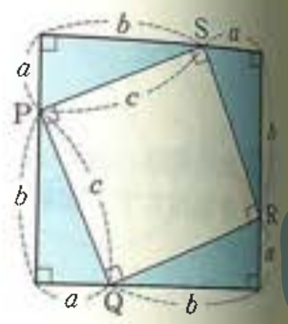
※「ピタゴラスの定理」ともよばれている。





確認問題 1　三平方の定理には、いろいろな証明がある。次の問に答えなさい。

★(1) 直角をはさむ２辺の長さが a、b、斜辺の長さが c の直角三角形が４つある。これらを右の図のように並べて、１辺の長さが $a+b$ の正方形をつくる。



① 次の(i)〜(iii)を a、b、c を使って表しなさい。

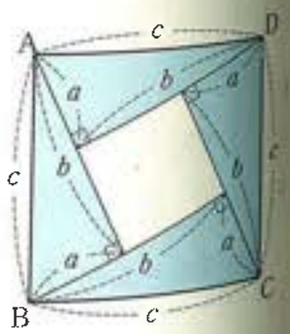
(i) １辺が $a+b$ の正方形の面積

(ii) ４つの合同な直角三角形の面積の和

(iii) 正方形 PQRS の面積

② ①を利用して、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。

(2) 直角をはさむ２辺の長さが a、b、斜辺の長さが c の直角三角形が４つある。これらを右の図のように並べて、正方形 ABCD をつくる。正方形 ABCD の面積を２通りに表して、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



学習目標
・三平方の定理が使えるようになる。
・三平方の定理の逆を理解する。

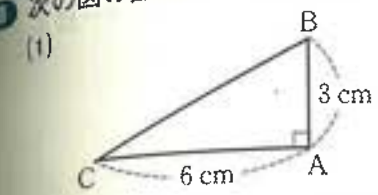
▶教科書 p.187〜194

ポイント 2 辺の長さの求め方

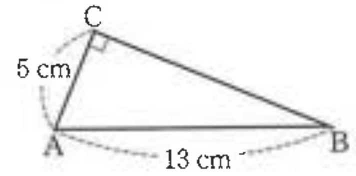
教科書 P.191　基本

例題 次の図の直角三角形で、辺 BC の長さをそれぞれ求めなさい。

(1)



(2)



三平方の定理
$a^2+b^2=c^2$
↑
斜辺

解き方 $BC=x$ cm として、三平方の定理を使う。

(1) 斜辺は x cm だから、

$6^2+3^2=x^2$

$x^2=45$

$x>0$ だから、$x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

答 $3\sqrt{5}$ cm

(2) 斜辺は 13 cm だから、

$5^2+x^2=13^2$　→　$x^2=13^2-5^2$
$=(13+5)\times(13-5)$
$=18\times8$

$x^2=144$

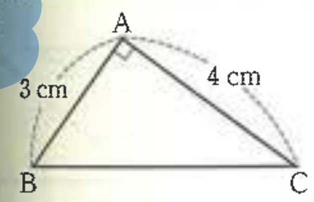
$x>0$ だから、$x=12$

答 12 cm

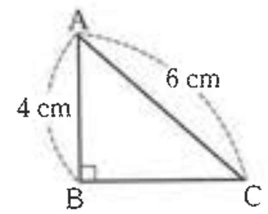
確認問題 2　次の問に答えなさい。

(1) 次の図の直角三角形で、辺 BC の長さをそれぞれ求めなさい。

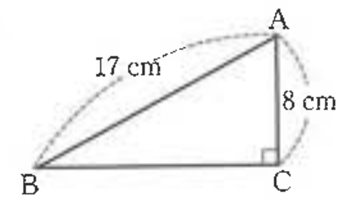
①



②

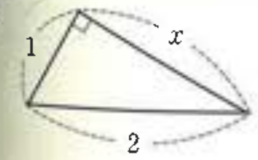


③



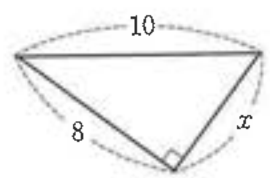
(2) 次の図で、x の値を求めなさい。

①



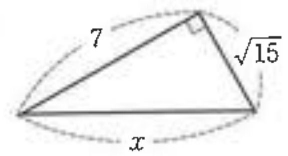
$x=$

②



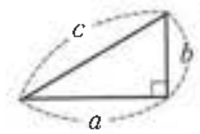
$x=$

③



$x=$

(3) 直角三角形の、直角をはさむ２辺の長さを a、b、斜辺の長さを c とする。右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

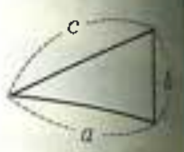


	a	b	c
①	1	3	
②		3	7
③	9		15
④		24	25

ポイント 3 三平方の定理の逆

教科書 P.192・P.193 基本

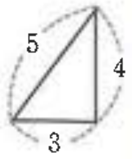
■三平方の定理の逆



三角形の 3 辺の長さ a、b、c の間に

$$a^2+b^2=c^2$$

という関係が成り立てば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。



例 右の図の三角形で、$a=3$、$b=4$、$c=5$ とすると、

$a^2+b^2=3^2+4^2=25$

$c^2=5^2=25$

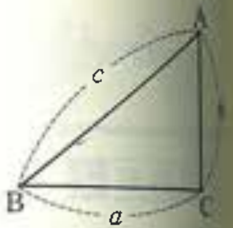
だから、$3^2+4^2=5^2$ という関係が成り立つ。

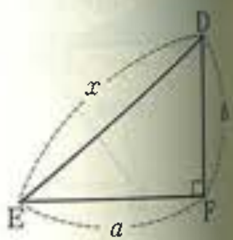
したがって、長さ 5 の辺を斜辺とする直角三角形である。

確認問題 3 次の問に答えなさい。

□(1) 三平方の定理の逆が成り立つことを証明する。

いま、$BC=a$、$CA=b$、$AB=c$ である △ABC で、$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つとき、∠C＝90° になることを次のように証明した。空らんにあてはまるものを答えなさい。





〔証明〕 △ABC に対して、∠F＝90°、$EF=a$、$FD=b$ である △DEF をかき、$DE=x$ とする。

三平方の定理より、　$a^2+b^2=$ □ …①

また、仮定から、　$a^2+b^2=$ □ …②

①、②より、　$x^2=$ □

$x>0$、$c>0$ であるから、　$x=$ □

△ABC と △DEF は、3 組の辺がそれぞれ等しいから、

△ABC≡△DEF

したがって、　∠C＝∠ □ ＝90°

すなわち、三平方の定理の逆が成り立つ。

□(2) 3 辺の長さが 8 cm、15 cm、17 cm である三角形は直角三角形といえますか。

☆□(3) 次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。

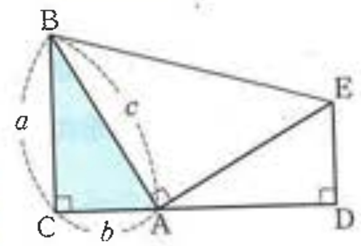
㋐ 3 cm、5 cm、7 cm　　㋑ 6 cm、8 cm、10 cm

㋒ 4 cm、4 cm、6 cm　　㋓ 5 cm、12 cm、13 cm

㋔ $\sqrt{2}$ cm、$\sqrt{7}$ cm、3 cm　　㋕ 1 m、0.7 m、0.6 m

20 標準問題

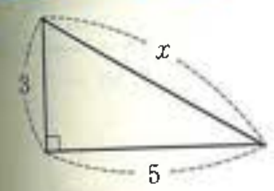
学習日　月　日



1 三平方の定理 ∠C＝90° の直角三角形 ABC がある。辺 CA の延長上に点 D をとり、右の図のように、△ABC と合同な △EAD をつくり、B と E を結ぶ。$BC=a$、$CA=b$、$AB=c$ のとき、台形 BCDE の面積を 2 通りに表して $a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。 ポイント 1

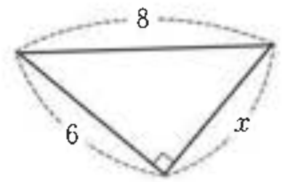
2 辺の長さの求め方 次の図の直角三角形で、x の値を求めなさい。 ポイント 2

□(1)



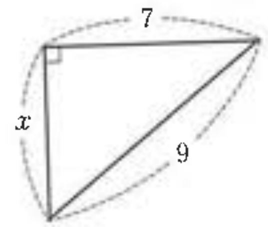
$x=$

□(2)



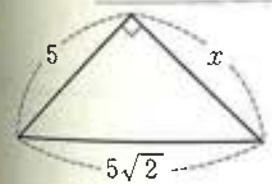
$x=$

□(3)



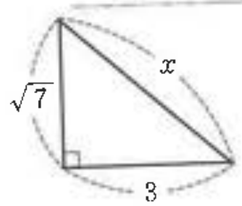
$x=$

□(4)



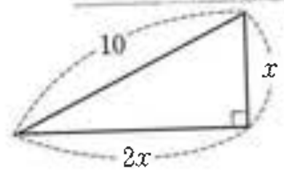
$x=$

□(5)



$x=$

□(6)



$x=$

3 三平方の定理の逆 次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。 ポイント 3

㋐ 41 cm、40 cm、9 cm　　㋑ 7 cm、11 cm、13 cm

㋒ 1 m、2.4 m、2.6 m　　㋓ 1 m、$\frac{\sqrt{2}}{3}$ m、$\frac{\sqrt{3}}{2}$ m

7章 三平方の定理

21 三平方の定理の平面図形への利用

学習日　　月　　日

・三平方の定理を使って、平面図形の線分の長さや面積が求められるようになる。

▶教科書 p.195～200

ポイント 1 特別な直角三角形の３辺の比

教科書 P.196・P.197　基本

■特別な直角三角形の３辺の比

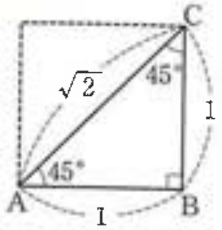
３つの角が

① 45°、45°、90° の直角三角形

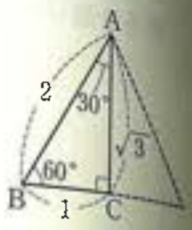
② 30°、60°、90° の直角三角形

の３辺の長さの間には、右のような関係が成り立つ。

※１組の三角定規は、右の図のような、正方形、正三角形をそれぞれ２等分してできる直角三角形である。



$1:1:\sqrt{2}$

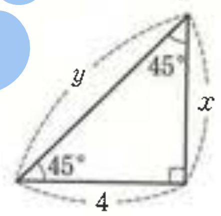


$1:\sqrt{3}:2$

確認問題 1 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、x、y の値を求めなさい。

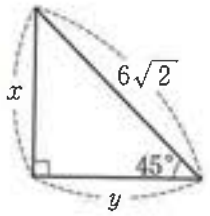
★□①



$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

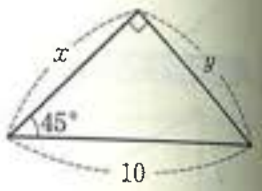
★□②



$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

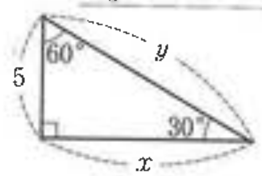
□③



$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

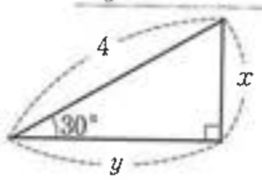
★□④



$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

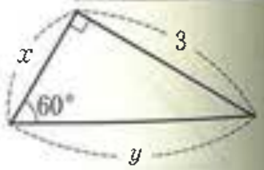
★□⑤



$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

□⑥

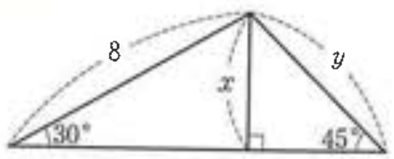


$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿

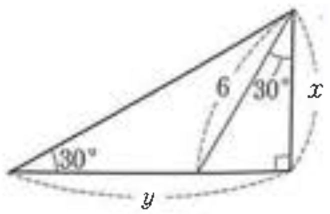
□(2) 次の図で x、y の値を求めなさい。

★□①



$x=$ ＿＿＿＿　$y=$ ＿＿＿＿

□②

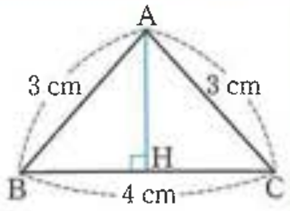


$x=$ ＿＿＿＿　$y=$ ＿＿＿＿

ポイント 2 三角形や四角形への利用

教科書 P.198　基本

例題 右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。



解き方 頂点 A から底辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とすると、H は BC の中点となる。

AH＝h cm とすると、BH＝2 cm だから、直角三角形 ABH で、

$$2^2+h^2=3^2$$

$$h^2=5$$

$h>0$ だから、$h=\sqrt{5}$

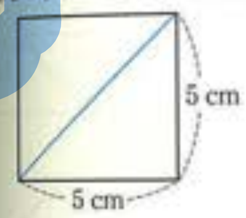
したがって、$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ (cm²)　　答 $2\sqrt{5}$ cm²

※図形のなかに直角三角形をつくれば、三平方の定理を利用することができる。

確認問題 2 次の問に答えなさい。

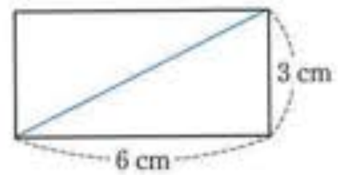
□(1) 次の図の正方形や長方形の対角線の長さを求めなさい。

★□①



＿＿＿＿

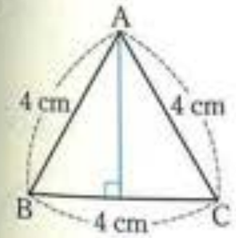
□②



＿＿＿＿

□(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BC を底辺としたときの高さと面積を求めなさい。

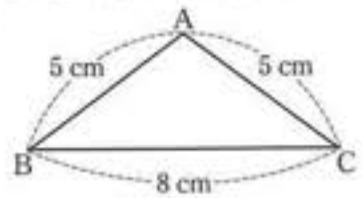
★□①



高さ ＿＿＿＿

面積 ＿＿＿＿

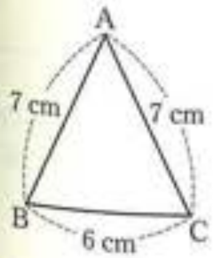
□②



高さ ＿＿＿＿

面積 ＿＿＿＿

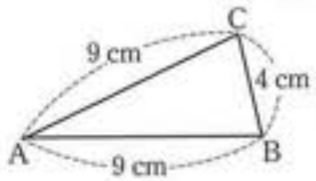
★□③



高さ ＿＿＿＿

面積 ＿＿＿＿

□④



高さ ＿＿＿＿

面積 ＿＿＿＿

ポイント 3 2点間の距離

教科書 P.199 基本

例題 2点 A(4, 3)、B(−3, −2) の間の距離を求めなさい。

解き方 AB を斜辺として、他の2辺が座標軸に平行な直角三角形をつくる。

右の図のように、直角三角形 ABC をつくる。

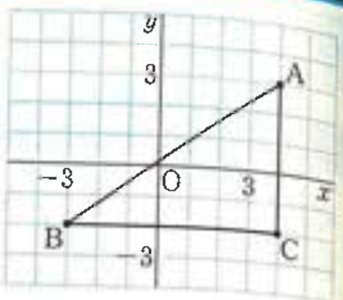
$BC = 4-(-3) = 7$

$AC = 3-(-2) = 5$

だから、$AB = d$ とすると、

$d^2 = 7^2 + 5^2 = 74$

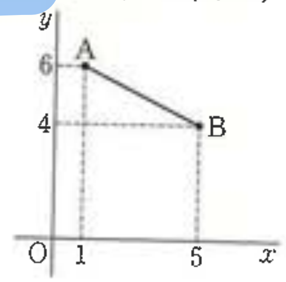
$d > 0$ だから、 $d = \sqrt{74}$



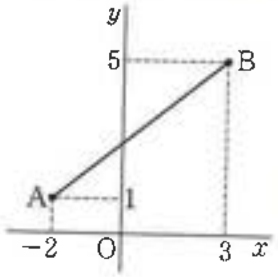
答 $\sqrt{74}$

確認問題 3 次の2点 A、B の間の距離を求めなさい。

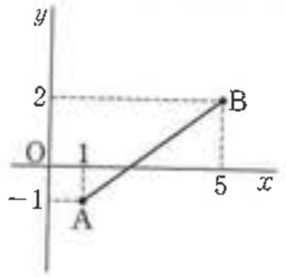
(1) A(1, 6)、B(5, 4)



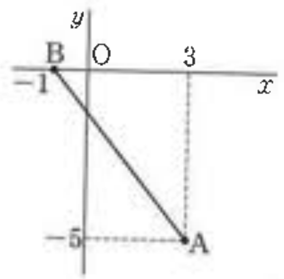
(2) A(−2, 1)、B(3, 5)



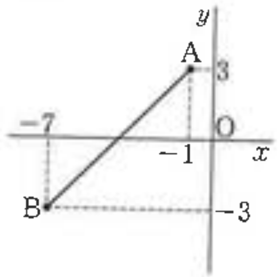
(3) A(1, −1)、B(5, 2)



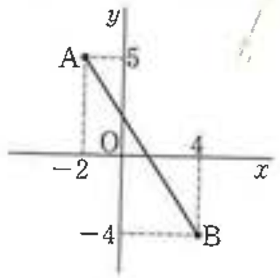
(4) A(3, −5)、B(−1, 0)



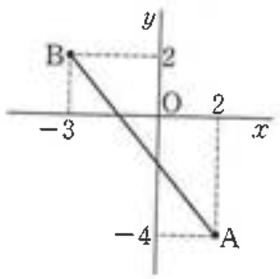
(5) A(−1, 3)、B(−7, −3)



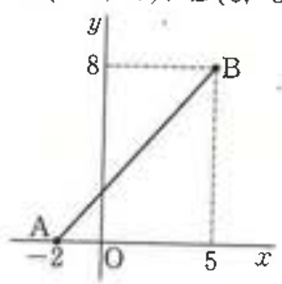
(6) A(−2, 5)、B(4, −4)



(7) A(2, −4)、B(−3, 2)



(8) A(−2, 0)、B(5, 8)



ポイント 4 円や球への利用

教科書 P.200 基本

例題 半径が 6 cm の円 O で、中心からの距離が 2 cm である弦 AB の長さを求めなさい。

解き方 円の中心 O から弦 AB にひいた垂線と AB の交点を H とすると、H は AB の中点となる(△OAH≡△OBH)。

$AH = x$ cm とすると、△OAH は直角三角形であるから、

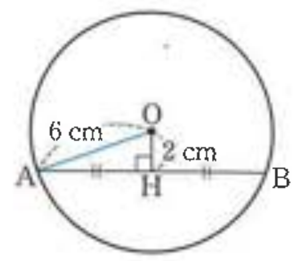
$x^2 + 2^2 = 6^2$

したがって、 $x^2 = 32$

$x > 0$ であるから、$x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$AB = 2AH$

$= 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ (cm)

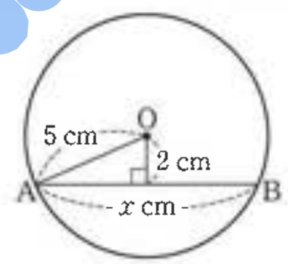


答 $8\sqrt{2}$ cm

確認問題 4 次の問に答えなさい。

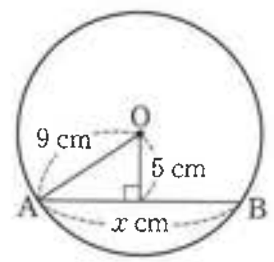
(1) 次の図で、x の値を求めなさい。

①



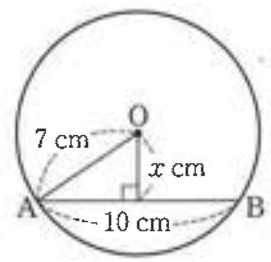
$x=$

②



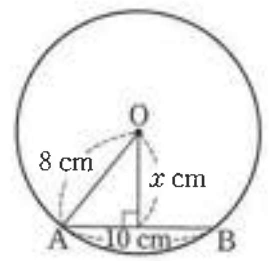
$x=$

③



$x=$

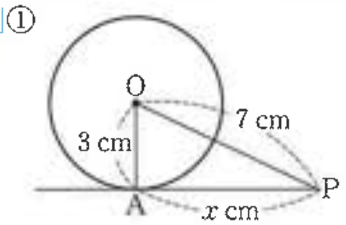
④



$x=$

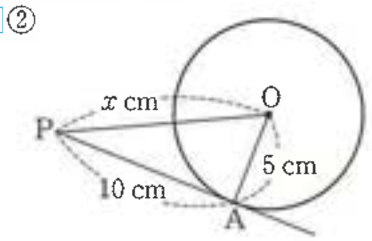
(2) 次の図で、AP は円の接線、A は接点である。x の値を求めなさい。

①



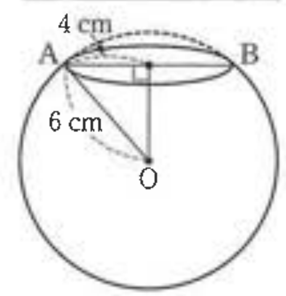
$x=$

②



$x=$

(3) 右の図のように、半径が 6 cm の球を、ある平面で切ったとき、その切り口は半径 4 cm の円となった。中心 O と切り口の平面との距離を求めなさい。



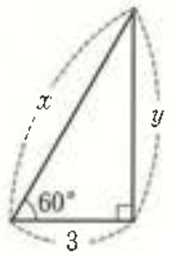
21 標準問題

学習日　　月　　日

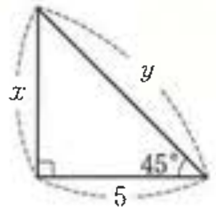
1 特別な直角三角形の3辺の比　次の問に答えなさい。　ポイント 1

□(1) 次の図で、x、y の値をそれぞれ求めなさい。

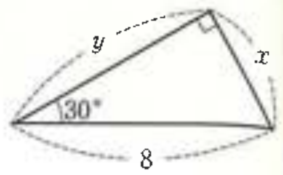
★□①



★□②



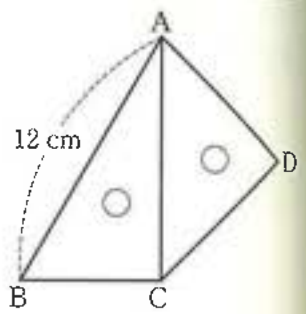
□③



$x=$ ＿＿＿＿　$x=$ ＿＿＿＿　$x=$ ＿＿＿＿

$y=$ ＿＿＿＿　$y=$ ＿＿＿＿　$y=$ ＿＿＿＿

□(2) 右の図のように、1組の三角定規を、長さが等しい辺を合わせて並べる。AB＝12 cm とする。



★□① BC、AD の長さをそれぞれ求めなさい。

BC ＿＿＿＿

AD ＿＿＿＿

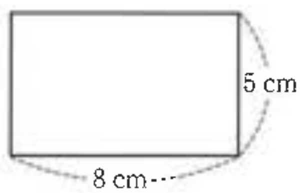
□② 四角形 ABCD の面積を求めなさい。

＿＿＿＿

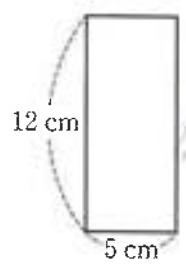
2 三角形や四角形への利用　次の問に答えなさい。　ポイント 2

□(1) 次の図の長方形の対角線の長さを求めなさい。

★□①



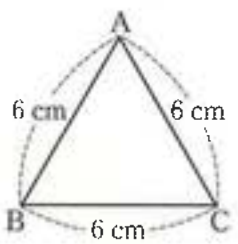
□②



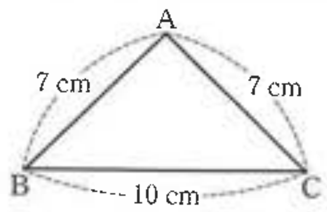
＿＿＿＿　＿＿＿＿

□(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BC を底辺としたときの高さと面積を求めなさい。

★□①



□②



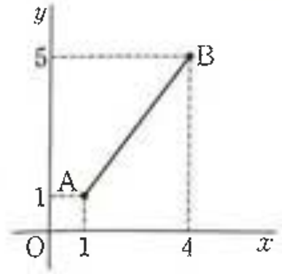
高さ ＿＿＿＿　高さ ＿＿＿＿

面積 ＿＿＿＿　面積 ＿＿＿＿

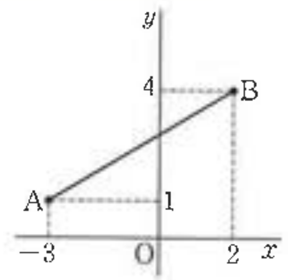
3 2点間の距離　次の問に答えなさい。　ポイント 3

□(1) 次の2点 A、B の間の距離を求めなさい。

★□① A(1, 1)、B(4, 5)

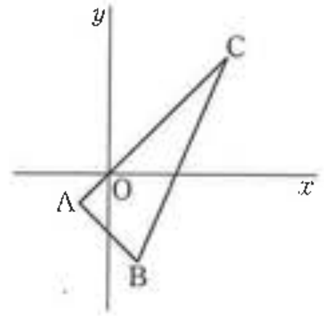


□② A(−3, 1)、B(2, 4)



＿＿＿＿　＿＿＿＿

□(2) 右の図のように、3点 A(−1, −1)、B(1, −3)、C(4, 4) を頂点とする △ABC がある。



□① AB、BC、AC の長さを求めなさい。

AB ＿＿＿＿

BC ＿＿＿＿

AC ＿＿＿＿

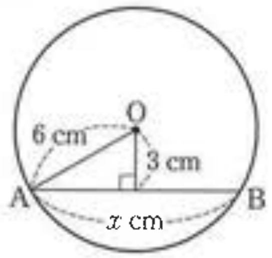
□② △ABC は直角三角形であることを示しなさい。

[　　　　]

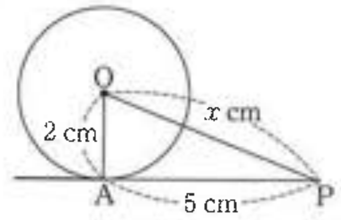
4 円や球への利用　次の問に答えなさい。　ポイント 4

□(1) 次の図で、x の値を求めなさい。ただし、②で AP は円の接線、A は接点とする。

★□①

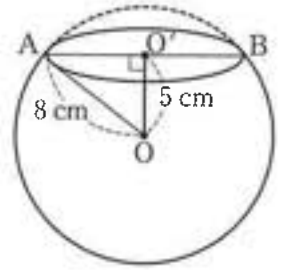


□②



$x=$ ＿＿＿＿　$x=$ ＿＿＿＿

★□(2) 右の図のように、半径が 8 cm の球を、中心 O との距離が 5 cm である平面で切ったとき、切り口は円となり、その中心を O′ とすると OO′＝5 cm である。切り口の円 O′ の半径を求めなさい。



＿＿＿＿

22 三平方の定理の空間図形への利用

学習日　　月　　日

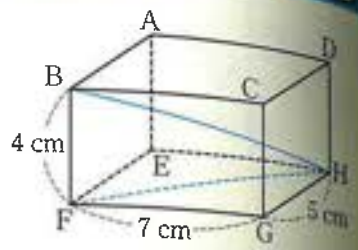
学習目標 ・三平方の定理を使って、空間図形の線分の長さや体積が求められるようになる。

▶教科書 p.201・202

ポイント 1 直方体の対角線

教科書 P.201 基本

例題 右の図の直方体で、GH = 5 cm、FG = 7 cm、BF = 4 cm のとき、対角線 BH の長さを求めなさい。



解き方 底面の対角線 FH をひく。

△FGH は、∠FGH = 90° の直角三角形だから、

$FH^2 = 7^2 + 5^2$　…①

△BFH は、∠BFH = 90° の直角三角形だから、

$BH^2 = FH^2 + 4^2$　…②

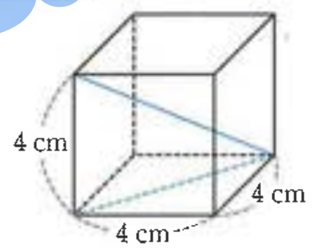
①、②から、$BH^2 = (7^2 + 5^2) + 4^2 = 90$

$BH > 0$ だから、$BH = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ (cm)　　答 $3\sqrt{10}$ cm

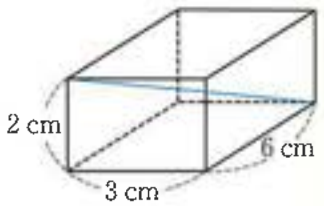
※縦、横、高さがそれぞれ a、b、c である直方体では、対角線の長さは、$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

確認問題 1 次の立方体や直方体の対角線の長さを求めなさい。

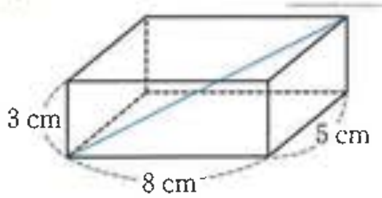
★□(1)



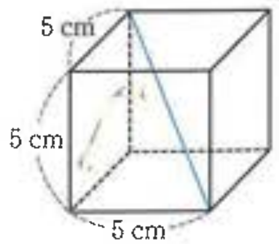
□(2)



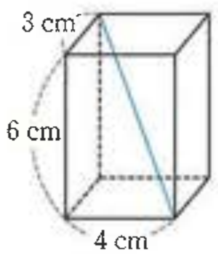
★□(3)



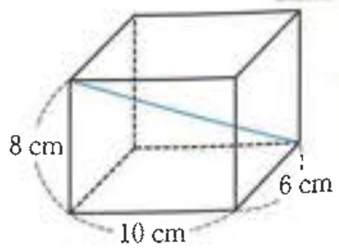
□(4)



★□(5)



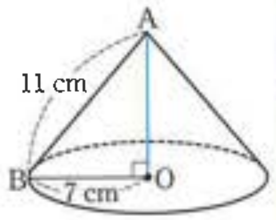
□(6)



ポイント 2 円錐や角錐の体積

教科書 P.202 基本

例題 底面の半径が 7 cm、母線の長さが 11 cm の円錐の体積を求めなさい。



解き方 円錐の頂点 A と底面の中心 O を結ぶと、線分 AO がこの円錐の高さを表す。

母線の 1 つが AB のとき、△ABO は直角三角形となるから、

AO = h cm とすると、$h^2 + 7^2 = 11^2$

$h^2 = 72$

$h > 0$ だから、　$h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

したがって、体積は、$\frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 6\sqrt{2} = 98\sqrt{2}\pi$ (cm³)

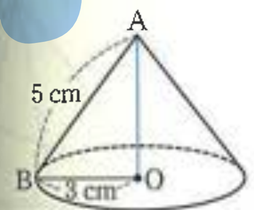
円錐や角錐の体積は、$\frac{1}{3} \times$(底面積)$\times$(高さ)

答 $98\sqrt{2}\pi$ cm³

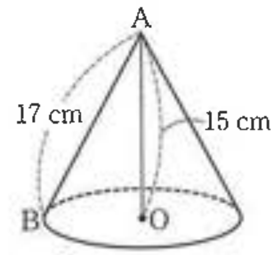
確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図のような円錐の体積を求めなさい。

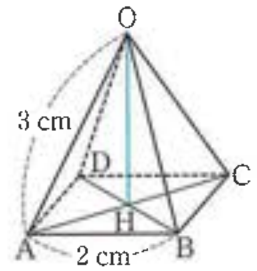
★□①



□②



★□(2) 底面が 1 辺 2 cm の正方形で、他の辺が 3 cm の正四角錐がある。底面の正方形 ABCD の対角線の交点を H とすると、右の図の線分 OH は高さを表す。AH、OH の長さと正四角錐の体積を求めなさい。



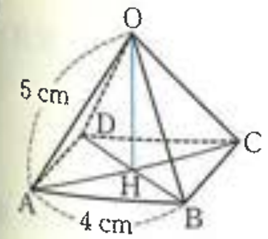
AH

OH

体積

□(3) 次の図のような正四角錐の高さと体積を求めなさい。

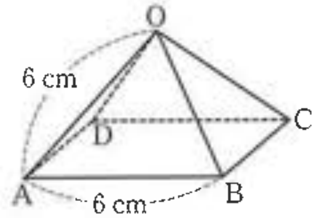
□①



高さ

体積

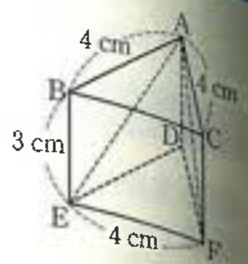
□②



高さ

体積

ポイント 3 空間内の図形の面積 応用



例題 右の図は、底面が1辺4 cmの正三角形で、他の辺が3 cmの正三角柱である。

(1) AEの長さを求めなさい。

(2) △AEFの面積を求めなさい。

解き方 (1) △ABEにおいて、$AE^2=4^2+3^2=25$

AE＞0だから、　AE＝5 cm　　　答 5 cm

(2) △ABE≡△ACFだから、

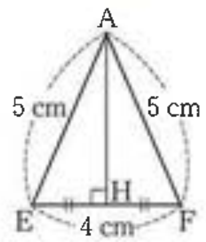
AF＝AE＝5 cm

右の図で、EH＝FH＝2 cm

△AEHにおいて、$2^2+AH^2=5^2$

$AH^2=21$

AH＞0だから、　$AH=\sqrt{21}$ cm

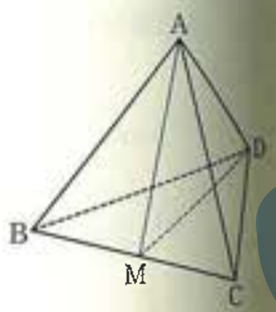


$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}$ (cm²)　　答 $2\sqrt{21}$ cm²

確認問題 3 次の問に答えなさい。

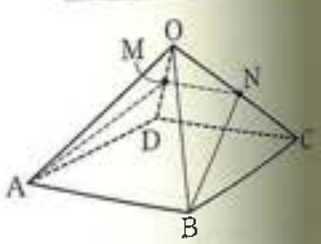
*(1) 右の図は、1辺が2 cmの正四面体で、Mは辺BCの中点である。

① △AMDの周の長さを求めなさい。



② △AMDの面積を求めなさい。

(2) 右の図は、すべての辺が4 cmである正四角錐で、M、Nはそれぞれ辺OD、OCの中点である。4点M、A、B、Nを頂点とする四角形MABNを考える。



① AM、BN、MNの長さを求めなさい。

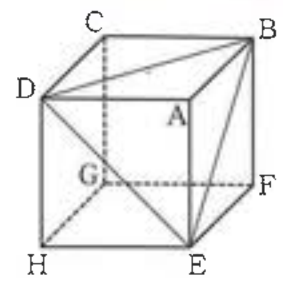
AM ＿＿＿＿

BN ＿＿＿＿

MN ＿＿＿＿

② 四角形MABNの面積を求めなさい。

ポイント 4 点と平面の距離 応用



例題 右の図は、1辺が2 cmの立方体である。

(1) △BDEの面積を求めなさい。

(2) 三角錐ABDEの体積を求めなさい。

(3) 面BDEと頂点Aとの距離を求めなさい。

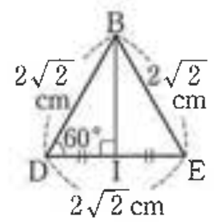
解き方 (1) △ABDにおいて、

$BD=\sqrt{2}\,AB=2\sqrt{2}$ cm

同様に、　$BE=DE=2\sqrt{2}$ cm

右の図で、$DI=EI=\sqrt{2}$ cm

$BI=\sqrt{3}\,DI=\sqrt{6}$ cm



$\triangle BDE=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

$=2\sqrt{3}$ (cm²)　　答 $2\sqrt{3}$ cm²

(2) $\frac{1}{3}\times\triangle ABD\times AE=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 2^2\right)\times 2$

$=\frac{4}{3}$ (cm³)　　答 $\frac{4}{3}$ cm³

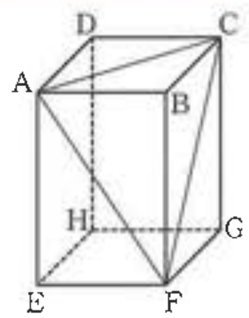
(3) 面BDEと頂点Aとの距離を h cmとすると、h は、三角錐ABDEの底面を△BDEとみたときの高さになる。

これより、三角錐ABDEの体積は、$\frac{1}{3}\times\triangle BDE\times h$ と表されるので、

$\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3}\times h=\frac{4}{3}$

$h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　答 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm

確認問題 4 右の図は、AB＝AD＝2 cm、AE＝3 cmの直方体である。次の問に答えなさい。



(1) △AFCの3辺の長さをそれぞれ求めなさい。

AC ＿＿＿＿

AF ＿＿＿＿

CF ＿＿＿＿

(2) △AFCの面積を求めなさい。

(3) 三角錐ABCFの体積を求めなさい。

(4) 面AFCと頂点Bとの距離を求めなさい。

22 標準問題

学習日　　月　　日

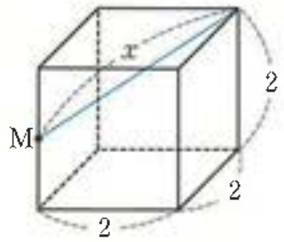
1 直方体の対角線　次の問に答えなさい。　ポイント 1

(1) 次の立方体や直方体の対角線の長さを求めなさい。

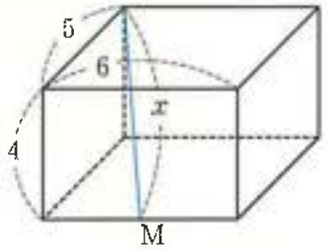
① 1辺が a の立方体　　② 縦 6 cm、横 9 cm、高さ 2 cm の直方体

(2) 次の立方体や直方体の図で、M は辺の中点とする。x の値を求めなさい。

①



②

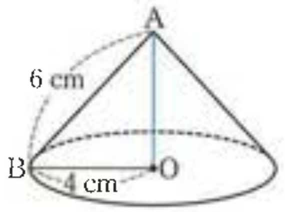


$x=$　　　　$x=$

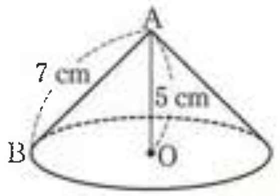
2 円錐や角錐の体積　次の問に答えなさい。　ポイント 2

(1) 次の図のような円錐の体積を求めなさい。

①

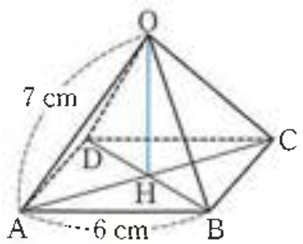


②

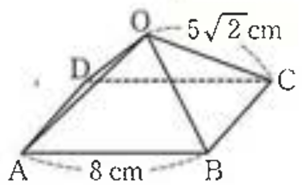


(2) 次の図のような正四角錐の高さと体積を求めなさい。

①



②

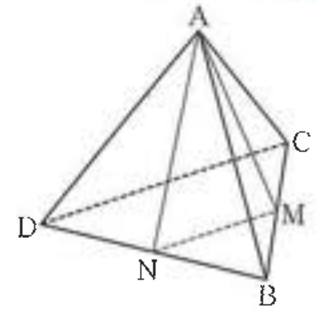


高さ　　　　高さ

体積　　　　体積

3 空間内の図形の面積　次の問に答えなさい。　ポイント 3

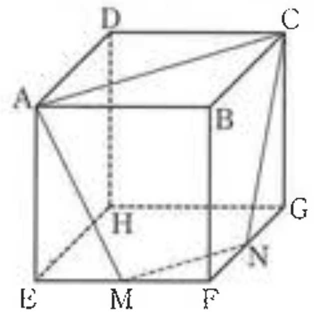
(1) 右の図は、1 辺が 4 cm の正四面体で、M、N はそれぞれ辺 BC、BD の中点である。



① △AMN の周の長さを求めなさい。

② △AMN の面積を求めなさい。

(2) 右の図は立方体で、AC = 4 cm である。M、N はそれぞれ辺 EF、FG の中点である。

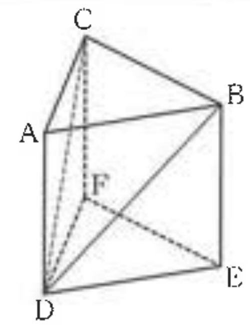


① 辺 AB の長さを求めなさい。

② AM の長さを求めなさい。

③ 四角形 AMNC の面積を求めなさい。

4 点と平面の距離　右の図は、すべての辺が 6 cm の正三角柱である。次の問に答えなさい。　ポイント 4



(1) △ABC の面積を求めなさい。

(2) △BCD の面積を求めなさい。

(3) 三角錐 ABCD の体積を求めなさい。

(4) 面 BCD と頂点 A との距離を求めなさい。

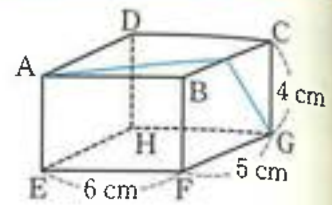
23 いろいろな問題

学習日　　月　　日

ポイント 1 表面上の最短距離

教科書 P.205　標準

例題 縦、横、高さがそれぞれ 5 cm、6 cm、4 cm の直方体がある。右の図は、この直方体に、点 A から辺 BC を通って点 G まで糸をかけたところを示している。かけた糸の長さがもっとも短くなるときの糸の長さを求めなさい。



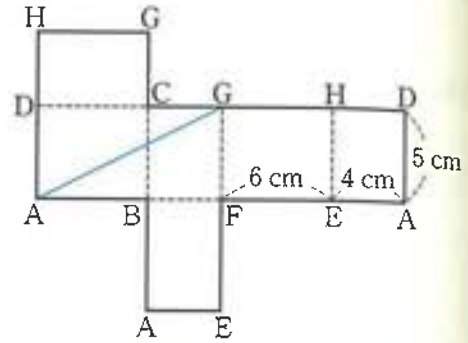
解き方 糸の長さがもっとも短くなるとき、糸のようすは、展開図の上では、A と G を結ぶ線分になる。
右の図のように、辺 BC を通るとき、

$$AG^2=(6+4)^2+5^2$$
$$=125$$

$AG>0$ だから、

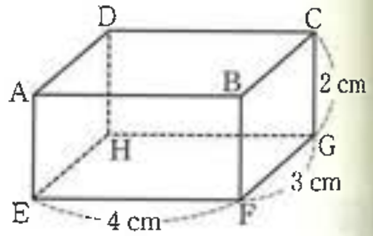
$$AG=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\ \ (\mathrm{cm})$$

答 $5\sqrt{5}$ cm



確認問題 1 次の問に答えなさい。

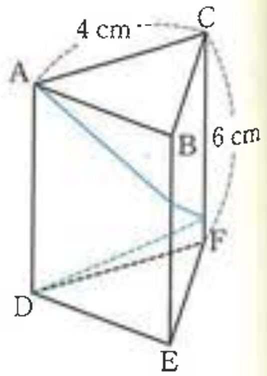
□(1) 右の図の直方体で、点 A から点 G まで糸をかける。次の①、②の経路で、それぞれ糸の長さがもっとも短くなるようにかけるとき、糸の長さを求めなさい。



★□① 辺 BC を通るとき

□② 辺 CD を通るとき

□(2) 右の図のように、底面の 1 辺が 4 cm、高さが 6 cm の正三角柱に、点 A から辺 BE、CF を通って点 D まで糸をまきつける。糸の長さがもっとも短くなるようにまきつけるとき、糸の長さを求めなさい。



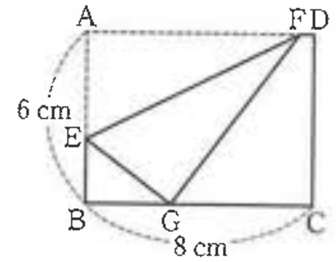
学習目標 ・三平方の定理を使って、いろいろな問題が解けるようになる。

▶教科書 p.205・206・209

ポイント 2 図形の折り曲げ

教科書 P.206　標準

例題 AB = 6 cm、BC = 8 cm の長方形 ABCD がある。いま、この長方形を右の図のように、線分 EF を折り目として折ったら、頂点 A が辺 BC 上の点 G に重なった。BG = 3 cm のとき、AE の長さを求めなさい。



解き方 直角三角形 EBG について、三平方の定理を利用して方程式をつくる。
AE = x cm とすると、△EGF は △EAF を折り返したものだから、

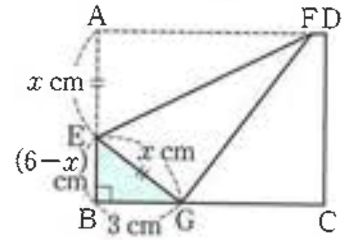
GE = AE = x cm

また、　EB = AB − AE = $(6-x)$ cm

△EBG で、三平方の定理により、

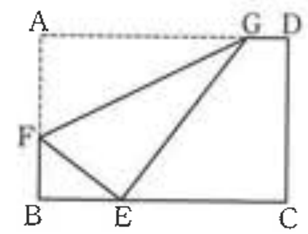
$$(6-x)^2+3^2=x^2 \longleftarrow EB^2+BG^2=GE^2$$
$$45-12x=0$$
$$x=\frac{15}{4}$$

答 $\frac{15}{4}$ cm

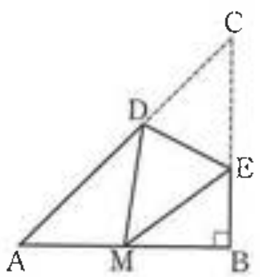


確認問題 2 次の問に答えなさい。

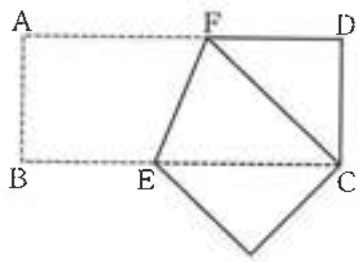
★□(1) AB = 4 cm、AD = 6 cm の長方形 ABCD がある。辺 BC 上に BE = 2 cm となる点 E をとり、頂点 A が E に重なるように長方形を折る。折り目の線分を FG とするとき、AF の長さを求めなさい。



□(2) AB = BC = 8 cm の直角二等辺三角形 ABC がある。この三角形を頂点 C が辺 AB の中点 M に重なるように折り、折り目の線分を DE とする。CE の長さを求めなさい。



□(3) AB = 4 cm、AD = 10 cm の長方形 ABCD がある。この長方形を頂点 A が頂点 C に重なるように折り、折り目の線分を EF とする。BE の長さを求めなさい。



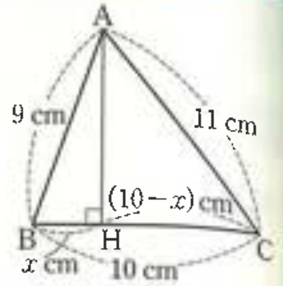
ポイント 3 三平方の定理と方程式

教科書 P.209 応用

例題 AB＝9 cm、BC＝10 cm、CA＝11 cm の △ABC がある。

(1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。BH、AH の長さを求めなさい。

(2) △ABC の面積を求めなさい。



解き方 2 つの直角三角形（△ABH、△ACH）のそれぞれで三平方の定理を使い、AH^2 を 2 通りに表す。

(1) BH＝x cm、AH＝h cm とすると、

△ABH で、　$h^2=9^2-x^2$

△ACH で、　$h^2=11^2-(10-x)^2$

よって、　$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$

$81-x^2=121-100+20x-x^2$

したがって、　$x=3$

このとき、　$h^2=9^2-3^2=72$

$h>0$ だから、$h=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

答 BH＝3 cm、AH＝$6\sqrt{2}$ cm

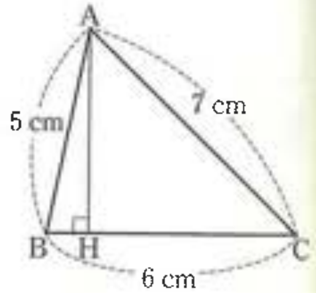
(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 6\sqrt{2}=30\sqrt{2}$ （cm²）

答 $30\sqrt{2}$ cm²

確認問題 3 次の問に答えなさい。

(1) AB＝5 cm、BC＝6 cm、CA＝7 cm の △ABC がある。

① 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。BH＝x cm として、AH^2 を、2 通りの x の 2 次式で表しなさい。

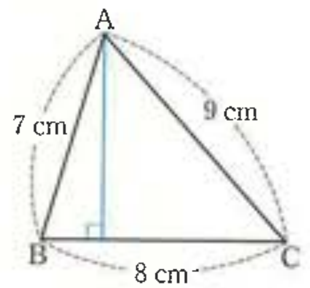


② BH の長さを求めなさい。

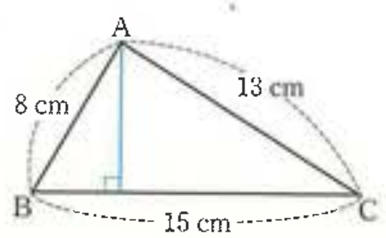
③ △ABC の面積を求めなさい。

(2) 次の図の △ABC の面積を求めなさい。

①



②

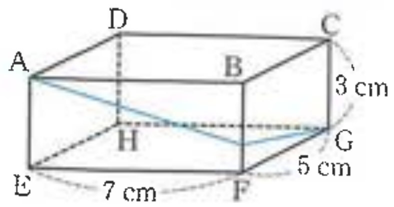


23 標準問題

学習日　月　日

1 表面上の最短距離 縦、横、高さがそれぞれ 5 cm、7 cm、3 cm の直方体がある。次の問に答えなさい。 ポイント 1

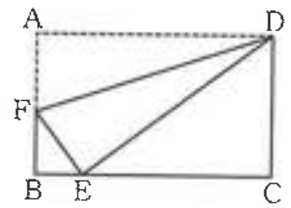
★(1) 右の図は、この直方体に、点 A から辺 BF を通って点 G まで糸をかけたところを示している。かけた糸の長さがもっとも短くなるときの糸の長さを求めなさい。



(2) 点 A から点 G まで糸をかけるのに、(1)の方法と辺 BC を通る方法では、どちらのほうが糸が短くてすむか答えなさい。

2 図形の折り曲げ 次の問に答えなさい。 ポイント 2

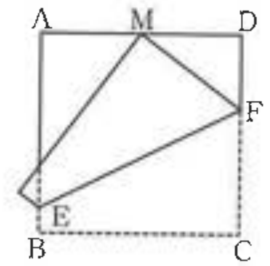
★(1) AB＝6 cm、BC＝10 cm の長方形 ABCD がある。この長方形を頂点 A が辺 BC 上の点 E に重なるように、DF を折り目として折る。CE、AF の長さを求めなさい。



CE ＿＿＿＿

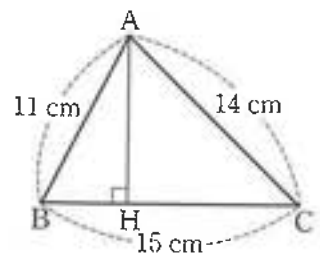
AF ＿＿＿＿

(2) 1 辺が 10 cm の正方形 ABCD がある。右の図は、この正方形を、頂点 C が辺 AD の中点 M に重なるように折ったところを示している。折り目の線分を EF とするとき、CF の長さを求めなさい。



★ **3** 三平方の定理と方程式 AB＝11 cm、BC＝15 cm、CA＝14 cm の △ABC がある。次の問に答えなさい。 ポイント 3

(1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。BH、AH の長さを求めなさい。



BH ＿＿＿＿

AH ＿＿＿＿

(2) △ABC の面積を求めなさい。