数学
V模擬問題集大問２

名前

2　ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の**図１**のように，１段目は１から始まる連続した自然数を並べ，２段目は２から始まる連続した自然数を，３段目は３から始まる連続した自然数を，…と，規則的に自然数を並べていく。

n 段目の左から n 番目の数を n を用いて表してみよう。

図１

１段目	1	2	3	4	5	6	7	…
２段目	2	3	4	5	6	7	8	…
３段目	3	4	5	6	7	8	9	…
４段目	4	5	6	7	8	9	10	…
５段目	5	6	7	8	9	10	11	…
６段目	6	7	8	9	10	11	12	…
７段目	7	8	9	10	11	12	13	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

〔問１〕　次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［Ｓさんが作った問題］で，n 段目の左から n 番目の数を n を用いて表すと，

［**あ**］n －［**い**］

となる。

先生は，［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

図１において，縦と横がともに４マスの正方形の枠を用いて，16 個の数を囲む。

この正方形の枠の四すみの数について，左上の数を a，左上の数と左下の数の積をＰ，右上の数と右下の数の積をＱとして，Ｐ＋Ｑの値を求める。

右の**図２**は，$a=4$ の場合を表したもので，

$P+Q=4\times7+7\times10=28+70=98$

$=2\times49=2\times7^2=2\times(4+3)^2$

となる。

$P+Q=2(a+3)^2$ となることを確かめなさい。

図２

１段目	1	2	3	4	5	6	7	…
２段目	2	3	4	5	6	7	8	…
３段目	3	4	5	6	7	8	9	…
４段目	4	5	6	7	8	9	10	…
５段目	5	6	7	8	9	10	11	…
６段目	6	7	8	9	10	11	12	…
７段目	7	8	9	10	11	12	13	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

〔問２〕［先生が作った問題］で，Ｐ，Ｑをそれぞれ a を用いて表し，$P+Q=2(a+3)^2$ となることを証明せよ。

2 ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の**図１**は，マス目を１段目には１個，２段目には４個，３段目には７個，…と，３個ずつ増やして並べていったものである。

右の**図２**は，**図１**のマス目に，１段目から，自然数を１から順に１つずつ書き入れた場合を表している。

図２において，６段目に書かれた自然数の中に，３の倍数は何個あるか求めてみよう。

図１

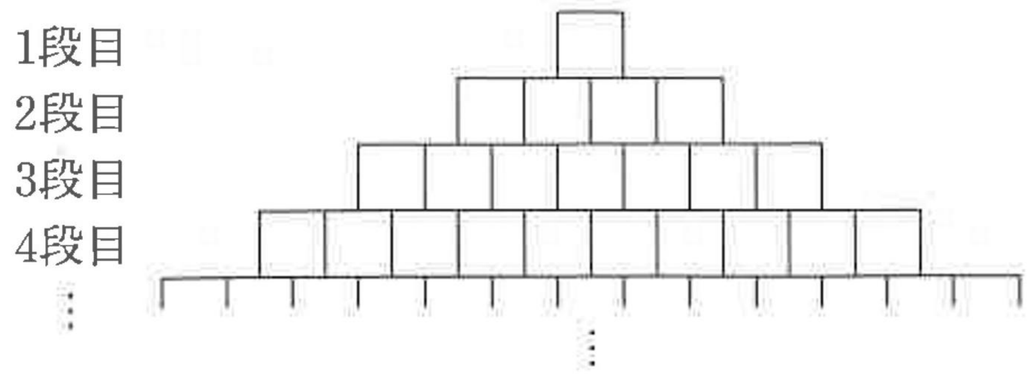
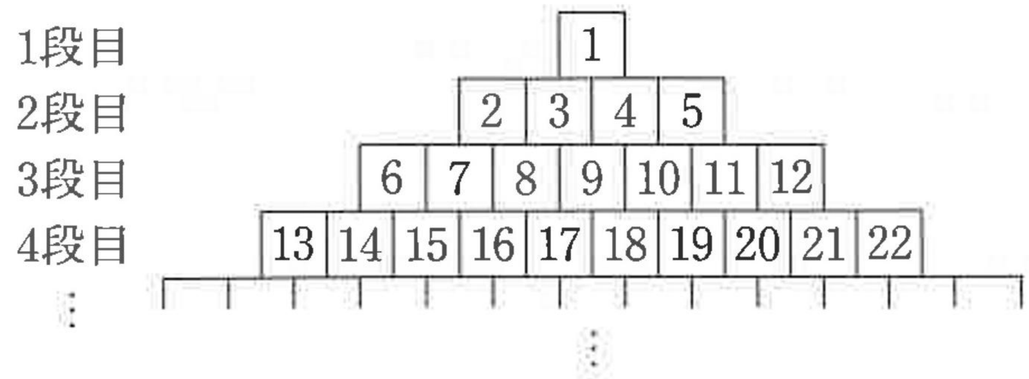


図２



〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」に当てはまる数字を答えよ。

［Ｓさんが作った問題］で，６段目に書かれた自然数の中に，３の倍数は［ **あ** ］個ある。

先生は，［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

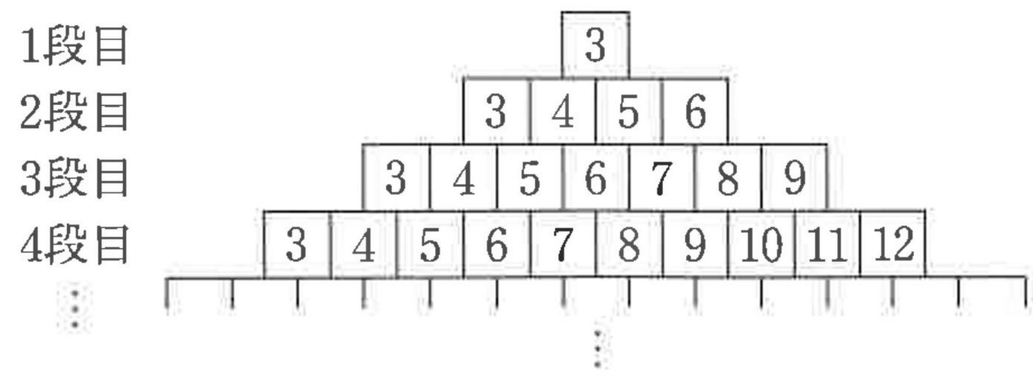
右の**図３**は，**図１**のマス目に，１段目には３を，２段目以降には３からはじまる連続する自然数を順に書き入れた場合を表している。

n を２以上の自然数として，n 段目に書かれた自然数の和から，$n-1$ 段目に書かれた自然数の和をひいたときの差であるＰを考える。

例えば，$n=2$ のとき，$P=(3+4+5+6)-3=15=3\times5$ である。

Ｐは３の倍数となることを確かめなさい。

図３



〔問２〕 ［先生が作った問題］で，n 段目にあって $(n-1)$ 段目にない３つの数を n を用いた式で表し，Ｐは３の倍数となることを証明せよ。

2 ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の**図１**は，１枚の紙を真ん中で折り，１，２，３，４とページ番号を書いて，４ページの左開きの冊子を作ったものである。

また，**図２**は，２枚の紙を重ねて真ん中で折り，１から順にページ番号を書いて，８ページの左開きの冊子を作ったものである。

この方法で，５枚の紙を使って，20ページの冊子を作り，そこから１枚の紙を取り出したところ，６と15というページ番号が書かれていた。

その紙の逆の面に書かれている，２つのページ番号を考えてみよう。

図１

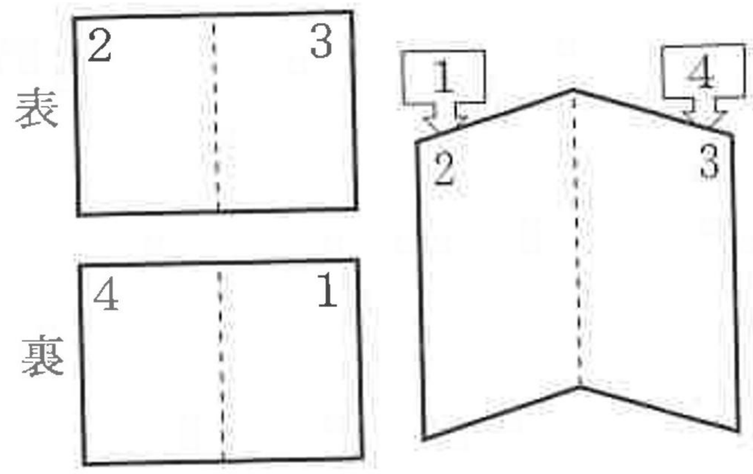
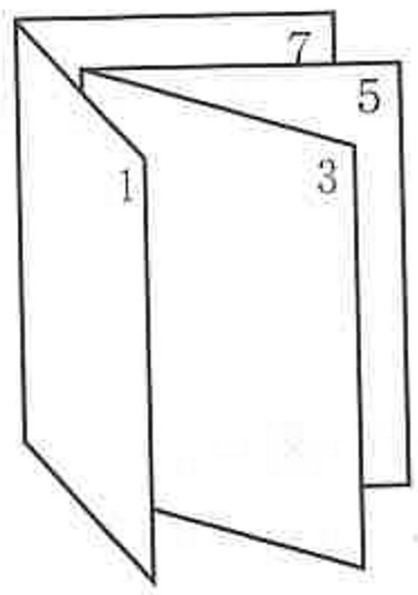


図２



〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」「**う**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［Ｓさんが作った問題］で，６と15というページ番号が書かれた紙の逆の面に書かれているページ番号は，小さい方から，［**あ**］，［**いう**］である。

先生は，［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

［Ｓさんが作った問題］において，n 枚の紙を使って冊子を作ったとき，すべてのページ番号の和が $8n^2+2n$ となることを確かめなさい。

〔問２〕 ［先生が作った問題］で，１枚の紙の１つの面に書かれた２つのページ番号のうち小さい方を a とし，大きい方を a と n を用いた式で表し，すべてのページ番号の和が $8n^2+2n$ となることを証明せよ。

2 ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

次のように，１番目の数を1，２番目の数を２として，３番目以降の数は，２つ前の数と１つ前の数の和になるという規則にしたがって，自然数を並べていく。

１番目	２番目	３番目	４番目	５番目	…
1	2	3	5	8	…

はじめて３けたの数が現れるのは何番目か，求めてみよう。

〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［Ｓさんが作った問題］で，はじめて３けたの数が現れるのは，［**あい**］番目である。

先生は，［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

１番目の数を a，２番目の数を b として，１番目の数から２番目の数をひいた差を３番目の数，２番目の数から３番目の数をひいた差を４番目の数，３番目の数から４番目の数をひいた差を５番目の数とする。

３番目の数を c，４番目の数を d，５番目の数を e として，$ae+bd=2c^2$ となることを確かめなさい。

〔問２〕 ［先生が作った問題］で，c，d，e をそれぞれ a，b を用いた式で表し，$ae+bd=2c^2$ となることを証明せよ。

2 ある中学校で，K さんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

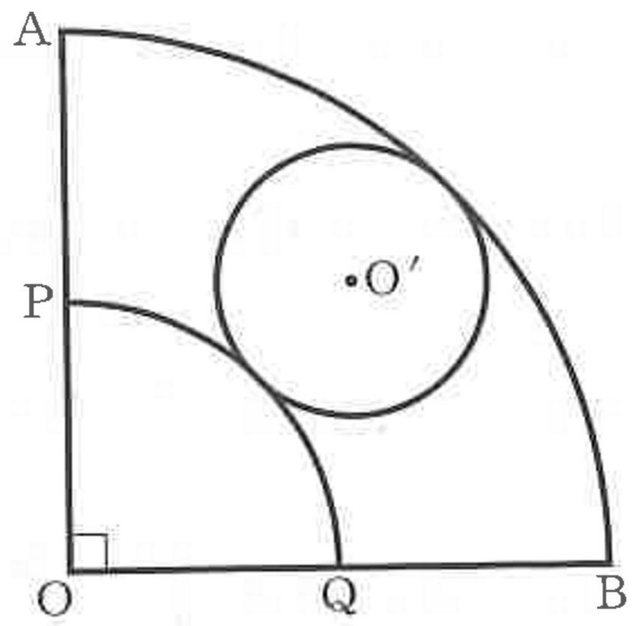
ただし，円周率は π とする。

[K さんが作った問題]

右の図のように，おうぎ形 OAB とおうぎ形 OPQ があり，$\angle AOB = 90^\circ$ で，点 P は半径 OA 上，点 Q は半径 OB 上にある。

おうぎ形 OAB の内部にあり，$\overset{\frown}{AB}$ と $\overset{\frown}{PQ}$ に接する円を O′ とし，おうぎ形 OAB の半径を a cm，円 O′ の半径を b cm とする。

$a = 10$，$b = 3$ のとき，$\overset{\frown}{PQ}$ の長さを求めてみよう。



〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」に当てはまる数字を答えよ。

[K さんが作った問題]で，$a = 10$，$b = 3$ のとき，$\overset{\frown}{PQ}$ の長さは，［ **あ** ］π cm である。

先生は，[K さんが作った問題]をもとにして，次の問題を作った。

[先生が作った問題]

[K さんが作った問題]で，おうぎ形 OAB の面積を S cm^2，おうぎ形 OPQ の面積を T cm^2，円 O′ の面積を U cm^2 とする。

$a = 4b$ のとき，$S = 2(T + U)$ となることを確かめなさい。

〔問２〕 [先生が作った問題]で，S，T，U をそれぞれ b を用いた式で表し，$S = 2(T + U)$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，－3 以上の整数が１つずつ書かれたカードを －3 から順に，奇数段目には１枚，偶数段目には２枚と規則的に並べていく。

このとき，13 段目のカードに書かれた数を求めなさい。

図１

１段目	$\boxed{-3}$
２段目	$\boxed{-2}$ $\boxed{-1}$
３段目	$\boxed{0}$
４段目	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$
５段目	$\boxed{3}$
６段目	$\boxed{4}$ $\boxed{5}$
⋮	⋮

〔問１〕 次の $\boxed{}$ の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［先生が示した問題］で，13 段目のカードに書かれた数は，$\boxed{\textbf{あい}}$ である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

右の**図２**のように，２以上の偶数が１つずつ書かれたカードを２から順に，奇数段目には１枚，偶数段目には３枚と規則的に並べていく。

n を偶数とし，n 段目のカードに書かれた数で，いちばん大きい数を a，まん中の数を b，いちばん小さい数を c とすると，$b^2-ac=4$ となる。

たとえば，$n=2$ のとき，$b^2-ac=6^2-8\times4=36-32=4$ である。

$b^2-ac=4$ となることを確かめてみよう。

図２

１段目	$\boxed{2}$
２段目	$\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{8}$
３段目	$\boxed{10}$
４段目	$\boxed{12}$ $\boxed{14}$ $\boxed{16}$
５段目	$\boxed{18}$
６段目	$\boxed{20}$ $\boxed{22}$ $\boxed{24}$
⋮	⋮

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，a，b，c をそれぞれ n を用いた式で表し，$b^2-ac=4$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

x，y，z，a，b，c を自然数とする。

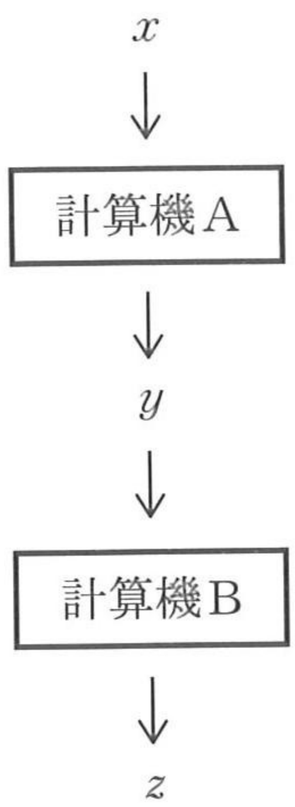
右の図のように，計算機Ａと計算機Ｂがあり，計算機Ａに x を入力すると，そこで出力された y が自動で計算機Ｂに入力される仕組みになっている。

計算機Ａ，計算機Ｂでは次のような計算が行われる。

・計算機Ａは，x が入力されると，ax^2+bx+c の計算結果 y を出力する。

・計算機Ｂは，y が入力されると，y を７でわったときの余り z を出力する。

$a=3$，$b=5$，$c=8$ で，計算機Ａに２を入力するとき，計算機Ｂから出力される値を求めなさい。



〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」に当てはまる数字を答えよ。

［先生が示した問題］で，計算機Ｂから出力される値は［ **あ** ］である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

［先生が示した問題］において，$a=b$，$c=36$ とする。

計算機Ａに６を入力すると，計算機Ｂから出力される値は１となる。

このことを確かめてみよう。

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，y を a を用いた式で表し，計算機Ｂから出力される値が１となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

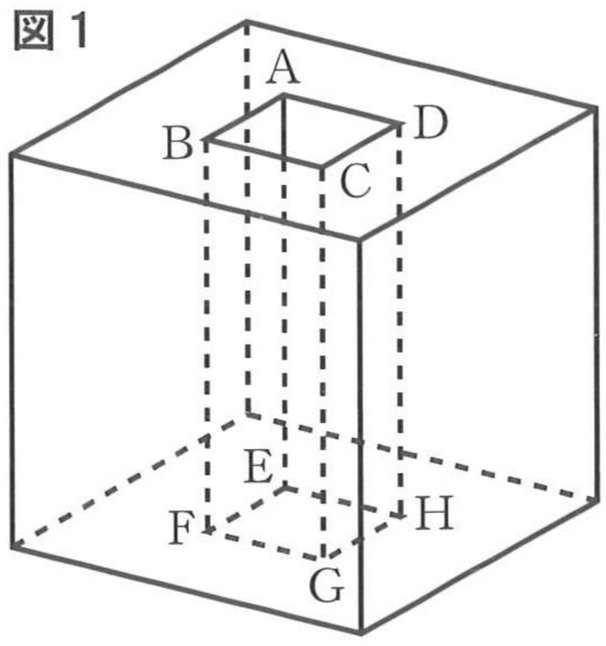
［先生が示した問題］

x を 3 未満の正の数とする。

右の**図１**に示した立体は，1 辺の長さが 3 cm の立方体から，AB＝AD＝x cm，AE＝3 cm の直方体 ABCD － EFGH をくり抜いた立体である。

この立体の表面積を x を用いた式で表しなさい。

図１



〔問１〕［先生が示した問題］で，**図１**の立体の表面積を x を用いて表した式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(54-2x^2)$ cm^2　　**イ** $(54-12x)$ cm^2

ウ $(54-2x^2+12x)$ cm^2　　**エ** $(54-2x^2-12x)$ cm^2

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

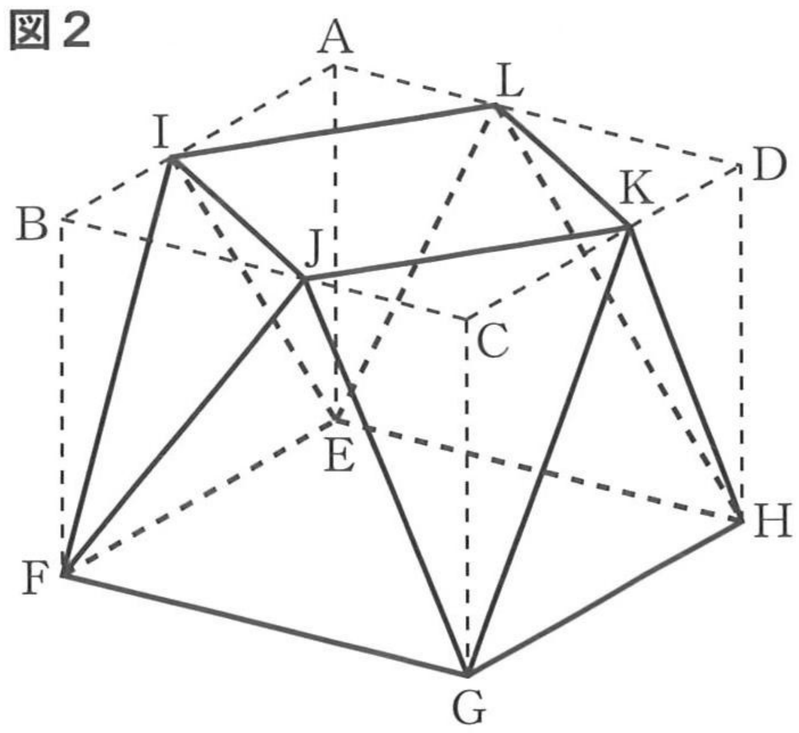
a，b を正の数とする。

右の**図２**に示した立体 ABCD － EFGH は，AB＝AD＝$(a+b)$ cm，AE＝1 cm の直方体で，点 I，J，K，L はそれぞれ辺 AB，BC，CD，DA 上にあり，AI＝BJ＝CK＝DL＝a cm，IB＝JC＝KD＝LA＝b cm である。

図２の 8 つの点 I，J，K，L，E，F，G，H を頂点とする十面体の体積を V cm^3 とするとき，

$V=\dfrac{3a^2+4ab+3b^2}{3}$ となる。このことを確かめてみよう。

図２



〔問２〕［Ｓさんのグループが作った問題］で，$V=\dfrac{3a^2+4ab+3b^2}{3}$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，上段に３マス，中段に２マス，下段に１マスの全部で６個のマスがあり，上段の３マスには a，b，c，中段の２マスにはＰ，Ｑ，下段の１マスにはＸが書かれている。

連続する３つの自然数を小さい方から順に a，b，c に代入し，Ｐには ab の値，Ｑには bc の値，ＸにはＰ＋Ｑの値を代入する。

たとえば，$a=3$ のとき，$b=4$，$c=5$，$P=3\times4=12$，$Q=4\times5=20$，$X=12+20=32$ となり，右の**図２**のようになる。

$a=7$ のとき，Ｘの値を求めなさい。

図１

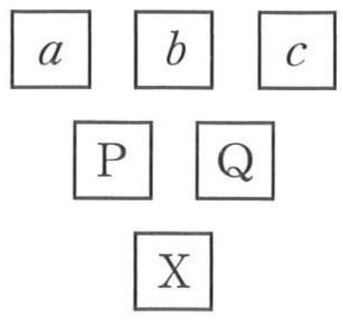
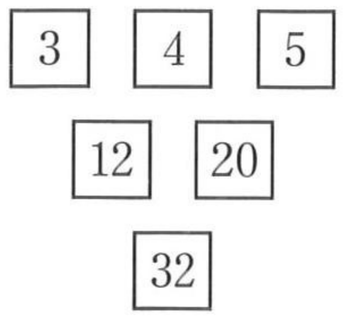


図２



〔問１〕 次の［　　］の中の「**お**」「**か**」「**き**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［先生が示した問題］で，$a=7$ のとき，Ｘの値は，［**おかき**］である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

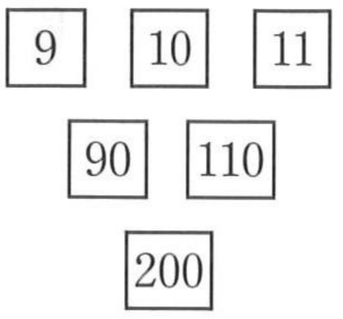
［先生が示した問題］において，

上の**図２**の例のように，$b=4$ のとき，$X=32=2\times4^2$，

右の**図３**の例のように，$b=10$ のとき，$X=200=2\times10^2$　となる。

$X=2b^2$ となることを確かめてみよう。

図３



〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，a，c，Ｐ，Ｑをそれぞれ b を用いた式で表し，$X=2b^2$ となることを証明せよ。

2　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

一の位の数が 0 でない 2 けたの整数 P，Q があり，P の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を P′，Q の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を Q′ とする。

たとえば，P＝19，Q＝62 のとき，P′＝91，Q′＝26 である。

P＝74，Q＝35 のとき，P′＋Q′ の値を求めなさい。

〔問１〕　［先生が示した問題］で，P＝74，Q＝35 のとき，P′＋Q′ の値を求めよ。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

一の位の数が 0 でない 2 けたの整数 P，Q があり，P の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を P′，Q の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を Q′ とする。

このとき，次の**例１**，**例２**のように，P と Q の積と，P′ と Q′ の積が等しくなる場合がある。

例１　P＝31，Q＝26 のとき，P′＝13，Q′＝62
PQ＝31×26＝806，P′Q′＝13×62＝806　よって，PQ＝P′Q′

例２　P＝84，Q＝36 のとき，P′＝48，Q′＝63
PQ＝84×36＝3024，P′Q′＝48×63＝3024　よって，PQ＝P′Q′

例１について，P の十の位の数は 3，Q の十の位の数は 2 で，それらの積は 3×2＝6
P の一の位の数は 1，Q の一の位の数は 6 で，それらの積は 1×6＝6

例２について，P の十の位の数は 8，Q の十の位の数は 3 で，それらの積は 8×3＝24
P の一の位の数は 4，Q の一の位の数は 6 で，それらの積は 4×6＝24

このように，PQ＝P′Q′ のとき，P の十の位の数と Q の十の位の数の積と，P の一の位の数と Q の一の位の数の積は等しくなる。

このことを確かめてみよう。

〔問２〕　P の十の位の数を a，一の位の数を b，Q の十の位の数を c，一の位の数を d として，P，P′ をそれぞれ a，b を用いた式で，Q，Q′ をそれぞれ c，d を用いた式で表し，PQ＝P′Q′ のとき，$ac=bd$ となることを証明せよ。

2 Sさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

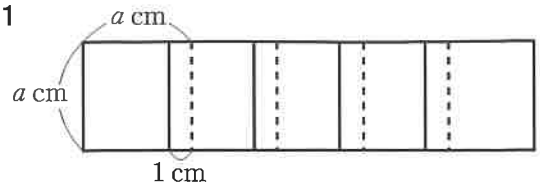
［先生が示した問題］

a を1より大きい正の数とする。

右の**図1**のように，1辺が a cm の正方形の紙を，のりしろを1cmずつとって，横1列に5枚はり合わせて長方形をつくる。

はり合わせてできる長方形の面積を，a を用いた式で表しなさい。

図1



〔問1〕［先生が示した問題］で，はり合わせてできる長方形の面積を a を用いて表した式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(5a^2+5a)$ cm^2　**イ** $(5a^2+4a)$ cm^2　**ウ** $(5a^2-5a)$ cm^2　**エ** $(5a^2-4a)$ cm^2

Sさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Sさんのグループが作った問題］

n を自然数とする。

右の**図2**のように，1辺が5cmの正方形の紙を，のりしろを1cmずつとって，横1列に n 枚はり合わせて長方形をつくる。

また，右の**図3**のように，1辺が7cmの正方形の紙を，のりしろを2cmずつとって，縦と横に n 枚ずつはり合わせて正方形をつくる。

図2で，はり合わせてできる長方形の面積をP cm^2，**図3**で，はり合わせてできる正方形の面積をQ cm^2 とする。

このとき，$Q-P=(5n+1)(5n-1)$ となることを確かめてみよう。

図2

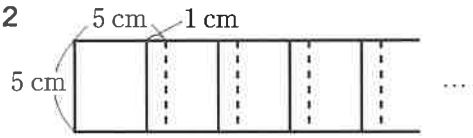
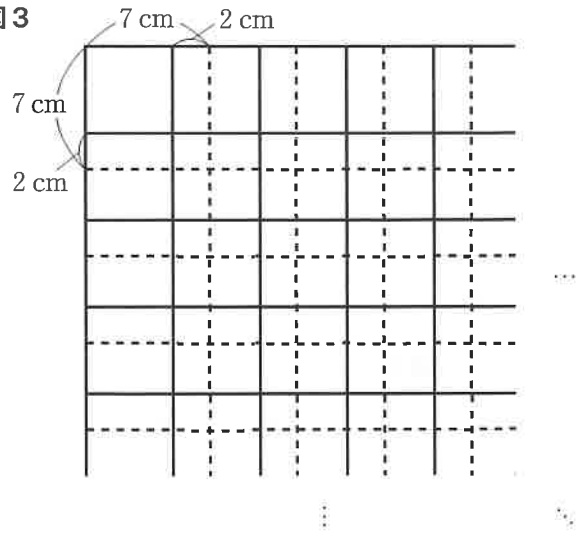


図3



〔問2〕［Sさんのグループが作った問題］で，P，Qをそれぞれ n を用いた式で表し，$Q-P=(5n+1)(5n-1)$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。
ただし，円周率は π とする。

［先生が示した問題］

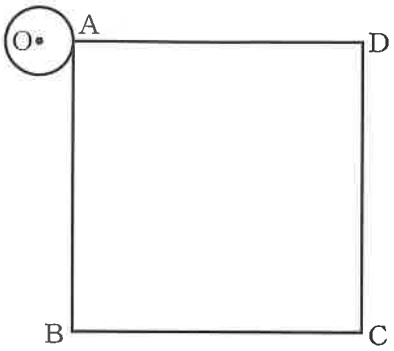
a，b を正の数とする。

右の**図１**のように，半径 a cm の円Ｏと，１辺が b cm の正方形 ABCD がある。

円Ｏが，正方形 ABCD の外側を，辺に接しながらすべることなく転がって１周する。

このとき，円Ｏの中心が通る線の長さを，a，b を用いた式で表しなさい。

図１



〔問１〕［先生が示した問題］で，円Ｏの中心が通る線の長さを a，b を用いて表した式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(\pi a+4b)$ cm　　**イ** $(2\pi a+4b)$ cm　　**ウ** $(\pi a+8b)$ cm　　**エ** $(2\pi a+8b)$ cm

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

a，b を正の数とする。

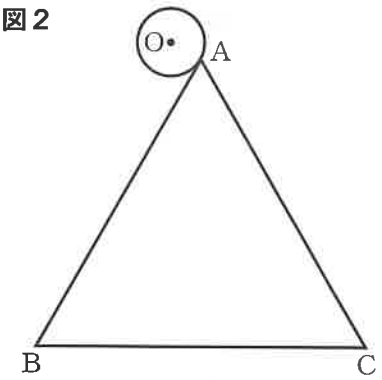
右の**図２**のように，半径 a cm の円Ｏと，１辺が b cm の正三角形 ABC がある。

円Ｏが，正三角形 ABC の外側を，辺に接しながらすべることなく転がって１周する。

このとき，円Ｏの中心が通る線の長さをＰ cm，円Ｏが通る部分の面積をＱ cm^2 とすると，Ｑ＝$2a$Ｐ となる。

このことを確かめてみよう。

図２



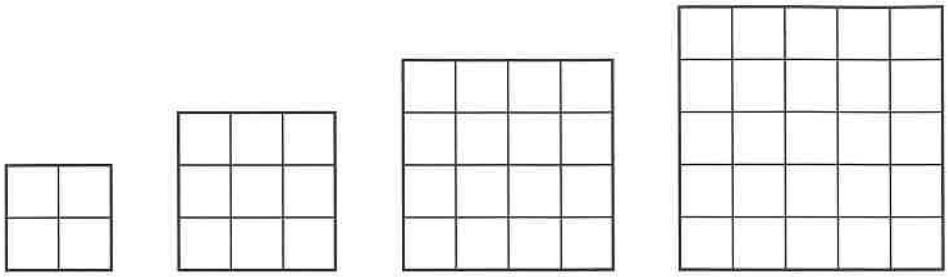
〔問２〕［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｐ，Ｑをそれぞれ a，b を用いた式で表し，Ｑ＝$2a$Ｐ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

下の**図１**のように，縦と横がともに２マスである正方形を１番目の図形，縦と横がともに３マスである正方形を２番目の図形，縦と横がともに４マスである正方形を３番目の図形，…とする。

図１



１番目の図形　２番目の図形　３番目の図形　４番目の図形　……

マスの数が 121 個であるのは，何番目の図形か求めなさい。

〔問１〕［先生が示した問題］で，マスの数が 121 個であるのは，何番目の図形か。

Ｓさんのグループでは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

［先生が示した問題］の**図１**において，下の**図２**のように，それぞれのマスに規則的に数を入れる。

図２

1	1
1	1

2	1	2
2	2	1
2	2	2

3	1	1	3
3	1	3	1
3	3	1	1
3	3	3	3

4	1	1	1	4
4	1	1	4	1
4	1	4	1	1
4	4	1	1	1
4	4	4	4	4

……

１番目の図形　２番目の図形　３番目の図形　４番目の図形　……

n 番目の図形のそれぞれのマスに入れた数の和をＰとする。
このとき，$P=4n^2$ となることを確かめてみよう。

〔問２〕［Ｓさんのグループが作った問題］で，n 番目の図形のマスの数と，そのうち n を入れたマスの数をそれぞれ n を用いた式で表し，$P=4n^2$ となることを証明せよ。

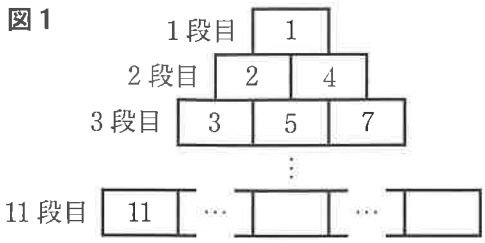
2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，上から順に，１段目に１個，２段目に２個，３段目に３個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，各段の中央が縦にそろうように11段目まで並べたものを考える。

各段の左端のマスには，段の数と同じ数を入れ，左端のマス以外のマスには，１つ左のマスの数より２大きい数を入れる。

図１



たとえば，３段目の左端のマスには３，左から２番目のマスには５，左から３番目のマスには７が入る。

このとき，11段目の中央のマスに入る数を求めなさい。

〔問１〕 次の［　　］の中の「**お**」「**か**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［先生が示した問題］で，11段目の中央のマスに入る数は，［**おか**］である。

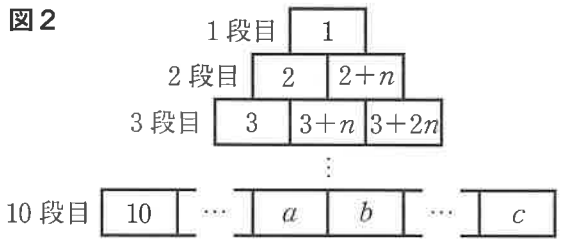
Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を自然数とする。

右の**図２**のように，上から順に，１段目に１個，２段目に２個，３段目に３個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，各段の中央が縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

図２



各段の左端のマスには，段の数と同じ数を入れ，左端のマス以外のマスには，１つ左のマスの数より n 大きい数を入れる。

たとえば，３段目の左端のマスには３，左から２番目のマスには $3+n$，左から３番目のマスには $3+2n$ が入る。

10段目の中央の２つのマスに入る数を左から a，b，右端のマスに入る数を c とし，a と b の積をＰ，c の10倍をＱとする。

このとき，$P-Q=20n^2$ となることを確かめてみよう。

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｐ，Ｑをそれぞれ n を用いた式で表し，$P-Q=20n^2$ となることを証明せよ。

2 Sさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

下の**図1**のように，自然数が書かれたカードを1から順に規則的に並べて図形をつくっていく。

図1

1番目の図形

1

2番目の図形

1	4
2	3

3番目の図形

1	4	9
2	3	8
5	6	7

4番目の図形

1	4	9	16
2	3	8	15
5	6	7	14
10	11	12	13

……

13番目の図形で，右下のかどのカードに書かれた数を求めなさい。

〔問1〕［先生が示した問題］で，13番目の図形で，右下のかどのカードに書かれた数を求めよ。

Sさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Sさんのグループが作った問題］

下の**図2**は，［先生が示した問題］の**図1**において，それぞれのカードに書かれた数を，その数を4でわったときの余りに書き換えたものである。

図2

1番目の図形

1

2番目の図形

1	0
2	3

3番目の図形

1	0	1
2	3	0
1	2	3

4番目の図形

1	0	1	0
2	3	0	3
1	2	3	2
2	3	0	1

……

nを自然数として，$2n$番目の図形のカードに書かれた数の和をP，$(2n-1)$番目の図形のカードに書かれた数の和をQとするとき，PとQをそれぞれnを用いて表してみよう。

次の説明は，［Sさんのグループが作った問題］のPの表し方を示したものである。

〔Pの表し方〕

それぞれの図形において，並べたカードには1，2，3，0の順に4つの数が繰り返し書かれる。
$2n$番目の図形のカードの枚数は［①］枚で，［①］は4の倍数だから，P＝［②］

〔問2〕〔Pの表し方〕の①，②にそれぞれ当てはまるnを用いた式を書け。
ただし，同じ番号には同じ式が当てはまるものとする。
また，解答用紙の〔Qの表し方〕の③，④に続きを書き，Qをnを用いた式で表せ。

2　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のような黒と白の同じ大きさの正方形のタイルがたくさんある。

右の**図２**のように，**図１**のタイルを，黒と白を交互に一列に並べて図形をつくる。

並べた黒と白のタイルの枚数の合計を a 枚とする。

最初と最後が黒のタイルとなるとき，並べた黒のタイルの枚数を，a を用いた式で表しなさい。

図１

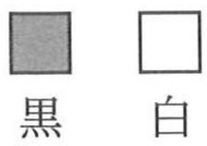


図２

〔問１〕［先生が示した問題］で，並べた黒のタイルの枚数を表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　$\frac{a}{2}$ 枚　　**イ**　$\frac{a+1}{2}$ 枚　　**ウ**　$\frac{a-1}{2}$ 枚　　**エ**　$\left(\frac{a}{2}+1\right)$ 枚

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を奇数とする。

右の**図３**のように，**図１**のタイルを，

１段目には黒を１枚，２段目には白を２枚，

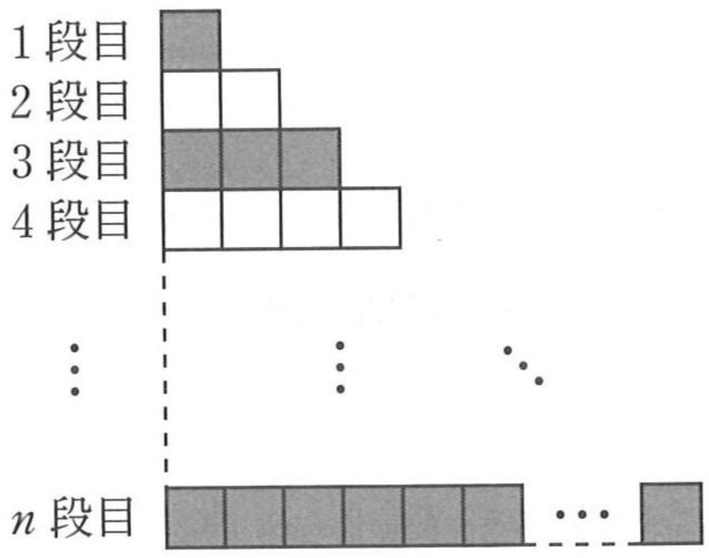
３段目には黒を３枚，４段目には白を４枚，…と，

n 段目まで規則的に並べて図形をつくる。

並べた黒のタイルの枚数をＸ枚とするとき，

$X=\frac{1}{4}(n+1)^2$ となることを確かめてみよう。

図３

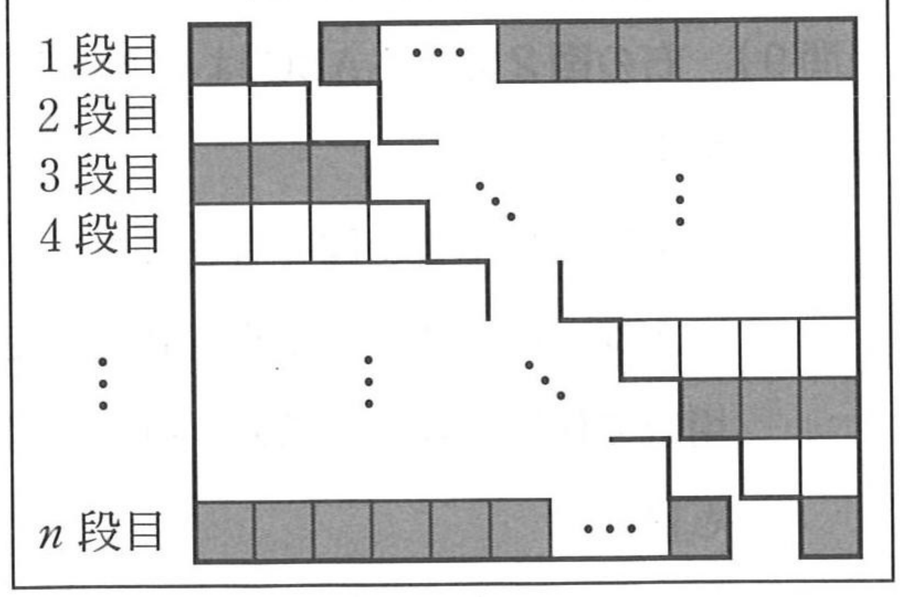


〔問２〕［Ｓさんのグループが作った問題］を，Ｔさんは，右のような図を用いて正しく証明した。

解答用紙の［Ｔさんの証明］の中の①～③に当てはまる n を用いた式をそれぞれ書け。

また，④には証明の続きを書き，［Ｔさんの証明］を完成させよ。

〈Ｔさんが用いた図〉



2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

n を自然数とする。

右の**図１**のように，正方形のそれぞれのマスに，ある規則にしたがって自然数を１から順に１つずつ書いていく。

２段目の $2n$ 列目に書かれた数を，n を用いた式で表しなさい。

図１

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	…
１段目	1	4	5	8	9	
２段目	2	3	6	7	10	

〔問１〕 ［先生が示した問題］で，２段目の $2n$ 列目に書かれた数を表した式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $2n-1$　　**イ** $2n+1$　　**ウ** $4n-1$　　**エ** $4n+1$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を自然数とする。

右の**図２**のように，正方形のそれぞれのマスに，ある規則にしたがって自然数を１から順に１つずつ書いていく。

２段目の $2n$ 列目に書かれた数をＰ，２段目の $(2n+1)$ 列目に書かれた数をＱ，３段目の $2n$ 列目に書かれた数をＲ，３段目の $(2n+1)$ 列目に書かれた数をＳとし，ＰＱ－ＲＳの値を考える。

たとえば，$n=1$ のとき，$PQ-RS=5\times8-4\times9=40-36=4$

$n=2$ のとき，$PQ-RS=11\times14-10\times15=154-150=4$　となる。

ＰＱ－ＲＳ＝４となることを確かめてみよう。

図２

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	…
１段目	1	6	7	12	13	
２段目	2	5	8	11	14	
３段目	3	4	9	10	15	

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓをそれぞれ n を用いた式で表し，ＰＱ－ＲＳ＝４となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

x，y を１けたの正の整数とする。
十の位の数が x，一の位の数が y である２けたの整数をＭとする。
Ｍの十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数をＮとする。
Ｍ－Ｎ＝63 のとき，Ｍとして考えられる数は何通りあるか求めなさい。

〔問１〕［先生が示した問題］で，Ｍとして考えられる数は何通りあるか，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　１通り　　**イ**　２通り　　**ウ**　３通り　　**エ**　４通り

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

a を１けたの正の整数，b，c，d を１けたの負でない整数とする。
千の位の数が a，百の位の数が b，十の位の数が c，一の位の数が d である４けたの整数をＸとする。
a と c の和，b と d の和がどちらも９であるとき，Ｘは 99 の倍数になる。
たとえば，$a=1$，$b=0$ のとき，$c=8$，$d=9$ で，Ｘ＝1089＝99×11 となる。
このことを確かめてみよう。

〔問２〕［Ｓさんのグループが作った問題］で，c を a を用いた式で，d を b を用いた式でそれぞれ表し，Ｘが 99 の倍数になることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

x，y，z，r を正の数とする。

右の**図１**で，△ABC は，AB＝x cm，BC＝y cm，CA＝z cm の三角形である。

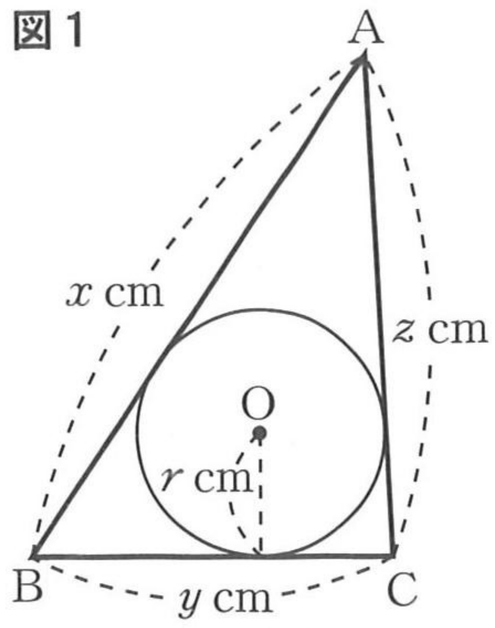
△ABC の３辺に接する円を O とし，円 O の半径を r cm とする。

頂点 A と点 O，頂点 B と点 O，頂点 C と点 O をそれぞれ結ぶと，

△ABC＝△OAB＋△OBC＋△OCA＝□ である。

□に当てはまる式を答えなさい。

図１



〔問１〕 ［先生が示した問題］で，□に当てはまる式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $\frac{1}{3}rxyz$　　**イ** $\frac{1}{2}rxyz$　　**ウ** $\frac{1}{3}r(x+y+z)$　　**エ** $\frac{1}{2}r(x+y+z)$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

a，b を１より大きい正の数とする。

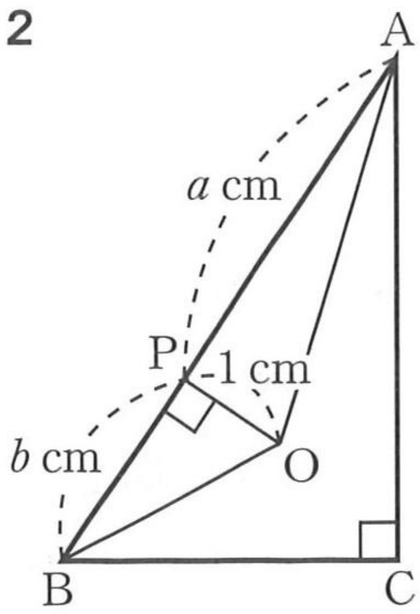
右の**図２**で，△ABC は ∠C＝90° の直角三角形である。

∠A の二等分線と ∠B の二等分線との交点を O とし，点 O から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点を P とする。

OP＝1 cm，AP＝a cm，BP＝b cm のとき，$ab=a+b+1$ となる。

このことを，Ｔさんの考えをもとにして確かめてみよう。

図２

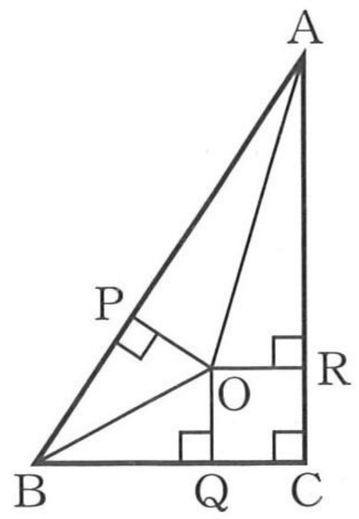


［Ｔさんの考え］

点 O から辺 BC，CA にひいた垂線と辺 BC，CA との交点をそれぞれ Q，R とすると，

△BPO≡△BQO，△APO≡△ARO で，

四角形 OQCR は正方形となる。



〔問２〕 解答用紙の①，②にはそれぞれ当てはまる式を，③には証明の続きを書き，$ab=a+b+1$ となることの証明を完成させよ。

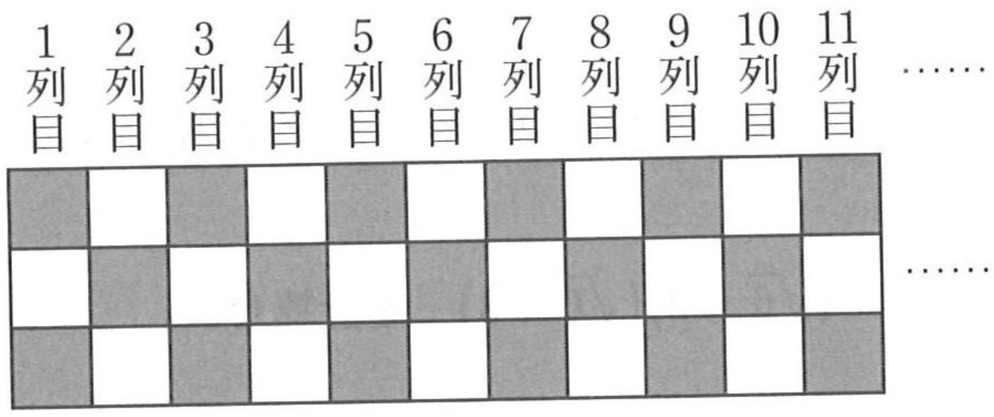
2　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，白と黒の同じ大きさの正方形のタイルを，規則的に並べていく。

25 列目まで並べたとき，並べた白のタイルの枚数を求めなさい。

図１



［問１］　次の［　　］の中の「**お**」「**か**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［先生が示した問題］で，25 列目まで並べたとき，並べた白のタイルの枚数は，［ **おか** ］枚である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を正の整数とする。

右の**図２**は，**図１**において，白のタイルに数を規則的に書き入れたものである。

右の**図３**のように，**図２**において，$2n$ 列目を中央とする３つの列にある白のタイルに書かれた４つの数を，上から順に a，b，c，d とする。

このとき，$4(a+d)-bc$ の値を考える。

たとえば，右の**図４**は，$n=3$ の場合を表したもので，このとき，

$4(a+d)-bc=4\times(6+4)-5\times7=40-35=5$

となる。

$4(a+d)-bc=5$ になることを確かめてみよう。

図２

図３

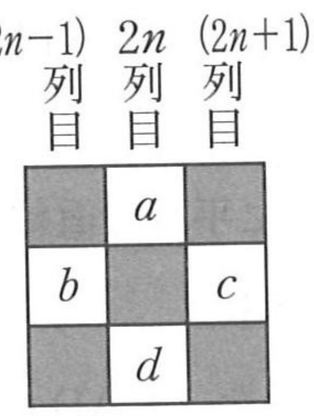
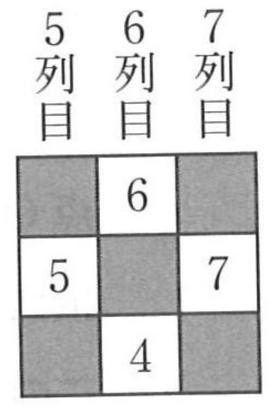


図４



［問２］　［Ｓさんのグループが作った問題］で，a，b，c，d をそれぞれ n を用いた式で表し，$4(a+d)-bc=5$ になることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

２けたの自然数Ａがある。
Ａの十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数をＢとする。
Ａ：Ｂ＝7：4となるＡ，Ｂの組は何通りあるか求めなさい。

〔問１〕 ［先生が示した問題］で，Ａ：Ｂ＝7：4となるＡ，Ｂの組は何通りあるか。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

aを１けたの正の整数，bを１けたの負でない整数，cを１けたの正の整数とする。
百の位の数がa，十の位の数がb，一の位の数がcである３けたの整数をＸとする。
百の位の数がc，十の位の数がa，一の位の数がbである３けたの整数をＹとする。
十の位の数がa，一の位の数がbである２けたの整数をＺとする。
Ｘ：Ｙ＝3：4のとき，Ｚ＝$8c$になることを確かめてみよう。

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｘ，Ｙをa，b，cを用いた式で，Ｚをa，bを用いた式でそれぞれ表し，Ｚ＝$8c$になることを証明せよ。

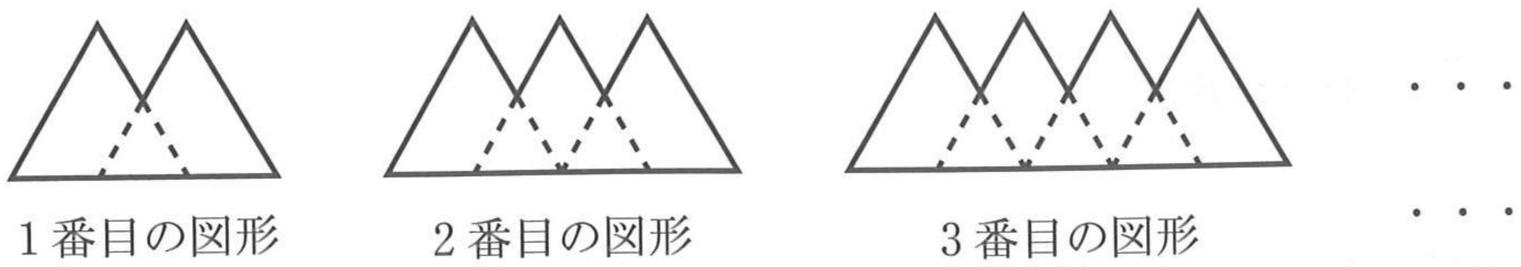
2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

下の**図１**のように，合同な正三角形のタイルを，底辺の半分がたがいに重なるようにおいて，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，…と順に図形をつくっていく。

図１



それぞれの図形の周りの長さは，実線の部分の長さとし，点線の部分は含まないものとする。

正三角形の１辺の長さが２cm のとき，５番目の図形の周りの長さを求めなさい。

〔問１〕 次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［先生が示した問題］で，正三角形の１辺の長さが２cm のとき，５番目の図形の周りの長さは，

［**あい**］cm である。

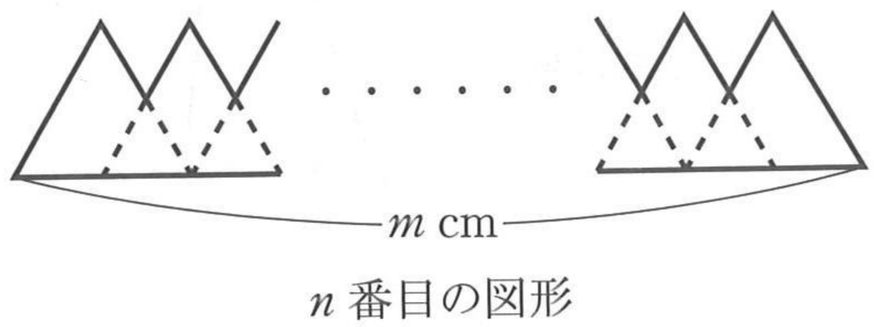
Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を自然数とする。

［先生が示した問題］において，下の**図２**のように，n 番目の図形の下の辺の長さを m cm，周りの長さを ℓ cm とすると，$\ell = 3m$ となる。

図２



正三角形の１辺の長さを $2a$ cm として，このことを確かめてみよう。

〔問２〕 解答用紙の①には a，n を用いた当てはまる式を，②には n を用いた当てはまる式を，③には証明の続きを書き，$\ell = 3m$ となることを証明せよ。

２０２３年11月

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

下の図のように，自然数が書かれたカードを１から順に規則的に並べて，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，…と図形をつくっていく。

１番目の図形

1	2	3
8	9	4
7	6	5

２番目の図形

1	2	3	4	5
16	17	18	19	6
15	24	25	20	7
14	23	22	21	8
13	12	11	10	9

３番目の図形

1	2	3	4	5	6	7
24	25	26	27	28	29	8
23	40	41	42	43	30	9
22	39	48	49	44	31	10
21	38	47	46	45	32	11
20	37	36	35	34	33	12
19	18	17	16	15	14	13

……

……

５番目の図形において，左下のかどのカードに書かれた数を求めなさい。

〔問１〕 ［先生が示した問題］で，５番目の図形において，左下のかどのカードに書かれた数を求めよ。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

［先生が示した問題］の n 番目の図形において，

中央にあるカードに書かれた数を a，

中央にあるカードの n 枚上にあるカードに書かれた数を b，

中央にあるカードの n 枚左にあるカードに書かれた数を c とする。

このとき，$a-b-c+1=4n(n-1)$ となる。

例えば，$n=3$ のとき，$a=49$，$b=4$，$c=22$ で，

$a-b-c+1=49-4-22+1=24=4\times3\times(3-1)$ となる。

このことを確かめてみよう。

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，a，b，c をそれぞれ n を用いた式で表し，

$a-b-c+1=4n(n-1)$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

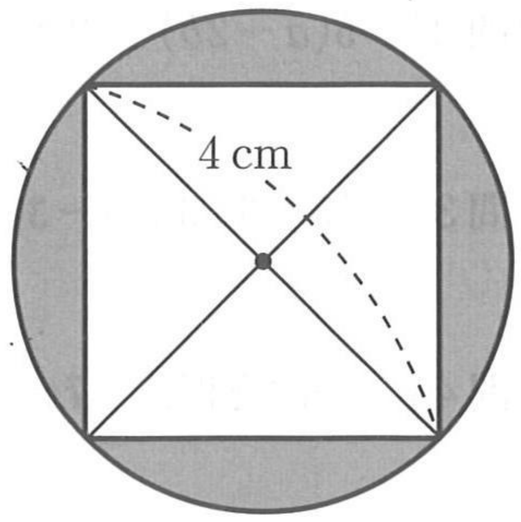
ただし，π は円周率とする。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，対角線の長さが 4 cm の正方形と，その 4 つの頂点を通る円がある。

このとき，色のついた部分の面積を求めなさい。

図１



〔問１〕 ［先生が示した問題］で，色のついた部分の面積を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(4\pi-8)\ \mathrm{cm}^2$　　**イ** $(4\pi-16)\ \mathrm{cm}^2$　　**ウ** $(16\pi-8)\ \mathrm{cm}^2$　　**エ** $(16\pi-16)\ \mathrm{cm}^2$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

a を正の数とする。

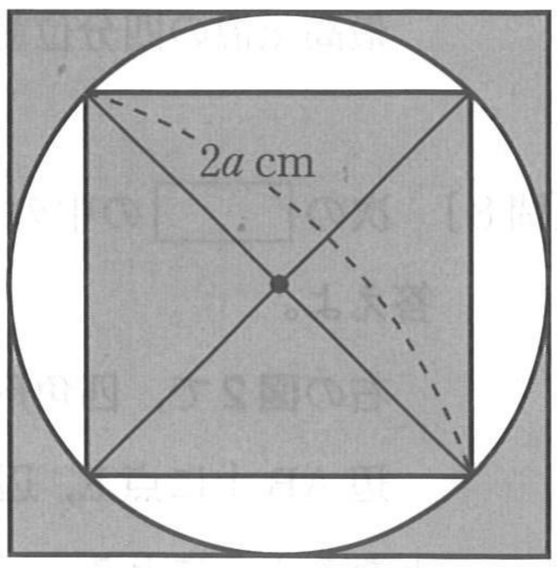
右の**図２**のように，対角線の長さが $2a$ cm の正方形と，その 4 つの頂点を通る円があり，さらに，4 辺がその円に接する正方形がある。

色のついた部分の面積を P cm^2，色のついていない部分の面積を Q cm^2，円の面積を R cm^2 とすると，

$\mathrm{P}-2\mathrm{R}+3\mathrm{Q}=0$ となる。

このことを確かめてみよう。

図２



〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，P，Q，R をそれぞれ π，a を用いた式で表し，$\mathrm{P}-2\mathrm{R}+3\mathrm{Q}=0$ となることを証明せよ。

2 Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

下の**図１**のように，自然数が書かれたカードを１から順に４枚ずつ規則的に並べて，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，…とする。

図１

1	4
2	3

１番目の図形

5	8
6	7

２番目の図形

9	12
10	11

３番目の図形

13	16
14	15

４番目の図形

17	20
18	19

５番目の図形

……

４枚のカードに書かれた数の和が 170 になるのは，何番目の図形か求めなさい。

〔問１〕 次の［　　］の中の「**お**」「**か**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

４枚のカードに書かれた数の和が 170 になるのは，［**おか**］番目の図形である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

n を自然数とする。

下の**図２**は，［先生が示した問題］の**図１**において，カードに書かれた数と６の最大公約数が１以外であるとき，その最大公約数が書かれたカードと置き換えた場合を表している。

図２

1	2
2	3

１番目の図形

5	2
6	7

２番目の図形

3	6
2	11

３番目の図形

13	2
2	3

４番目の図形

17	2
6	19

５番目の図形

……

$3n$ 番目，$(3n+1)$ 番目，$(3n+2)$ 番目の図形には，置き換えなかったカードが合わせて４枚ある。

この４枚のカードに書かれた数を小さい順に a，b，c，d として，$bc-ad$ の値を考える。

例えば，$n=1$ のとき，$a=11$，$b=13$，$c=17$，$d=19$ で，

$bc-ad=13\times17-11\times19=221-209=12$ となる。

$bc-ad=12$ になることを確かめてみよう。

〔問２〕 ［Ｓさんのグループが作った問題］で，a，b，c，d をそれぞれ n を用いた式で表し，

$bc-ad=12$ になることを証明せよ。