

16 平行線と比

ポイント 1 平行線と比

■ 平行線と比 【定理】

平行な3つの直線 a, b, c が直線 ℓ とそれぞれ A, B, C で交わり、直線 ℓ' とそれぞれ A', B', C' で交われれば、

$$AB : BC = A'B' : B'C'$$

※右の図で、 $AB : AC = A'B' : A'C'$

$$BC : AC = B'C' : A'C'$$

も成り立つ。

【証明】 右の図のように、点 A を通り ℓ' に平行な直線をひき、 b, c との交点をそれぞれ D, E とする。

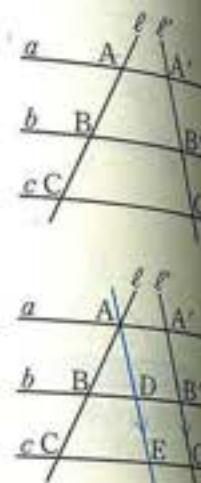
$\triangle ACE$ において、 $BD \parallel CE$ であるから、

$$AB : BC = AD : DE \quad \dots \textcircled{1}$$

また、四角形 $ADB'A'$ と四角形 $DEC'B'$ はどちらも平行四辺形であるから、

$$AD = A'B', DE = B'C' \quad \dots \textcircled{2}$$

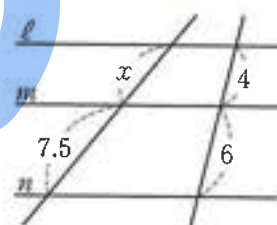
①、②から、 $AB : BC = A'B' : B'C'$



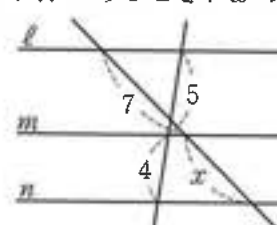
確認問題 1 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、直線 ℓ, m, n がいずれも平行であるとき、 x の値を求めなさい。

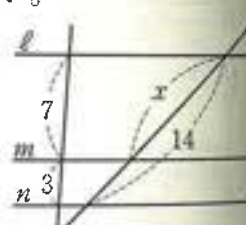
※□①



□②



※□③

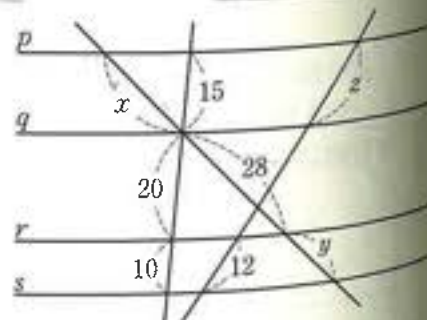


$x =$

$x =$

$x =$

□(2) 右の図で、直線 p, q, r, s がいずれも平行であるとき、 x, y, z の値を求めなさい。



$x =$

$y =$

$z =$

平行線と比の定理を理解し、性質を利用する。

ポイント 2 線分を等分する点

教科書 P.152 標準

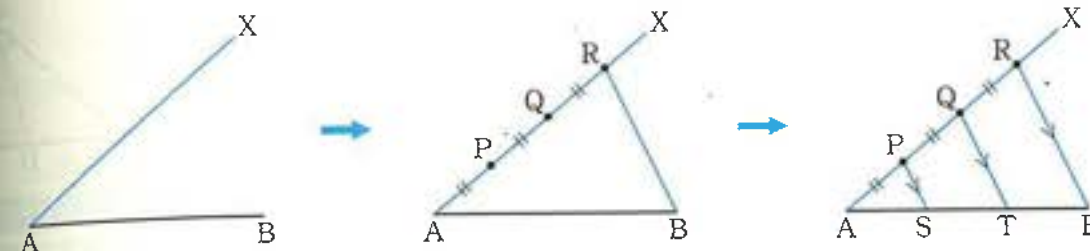
平行線と比の性質を利用して、線分を等分する点を求めることができる。

例 与えられた線分 AB を3等分する点 S, T を求める方法

① 点 A から半直線 AX をひく。

② AX 上に、点 A から順に等間隔に3点 P, Q, R をとり、点 R と B を結ぶ。

③ 点 P, Q から RB に平行な直線をひき、 AB との交点をそれぞれ S, T とする。



確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) ポイント 2 の例について、点 S, T が線分 AB を3等分することを次のように証明した。空らんにあてはまる記号を答えなさい。

【証明】 右の図の $\triangle AQT$ において、□ $\parallel QT$ だから、

$$AS : ST = \square : \square = 1 : 1$$

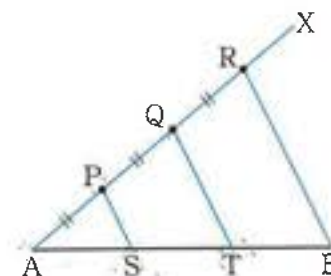
つまり、 $AS = \square$

また、 $PS, QT, \square$ はいずれも平行だから、

$$ST : TB = \square : \square = 1 : 1$$

つまり、 $ST = \square$

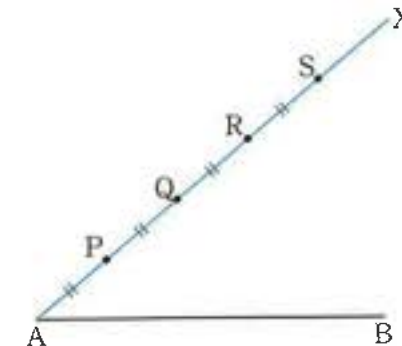
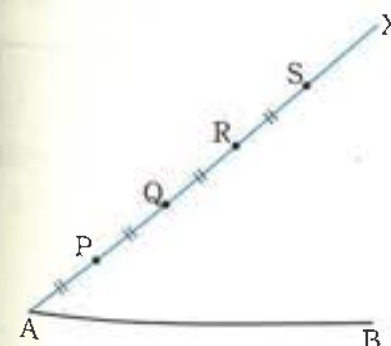
よって、 $AS = ST = TB$ となるので、点 S, T は線分 AB を3等分する。



□(2) 次の図で、半直線 AX 上の点 P, Q, R, S は、点 A から順に等間隔にとった点である。それぞれの点を図の中にかき入れなさい。

□① 線分 AB の中点 M

□② 線分 AB を3:1に分ける点 C

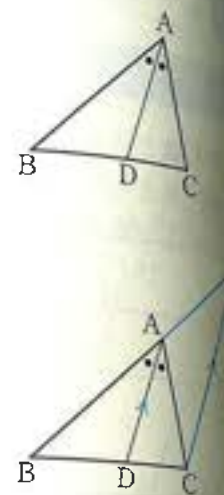


ポイント 3 角の二等分線と比

■角の二等分線と比

△ABC の ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、
 $AB : AC = BD : DC$

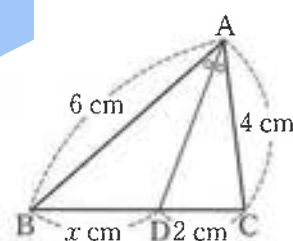
〔証明〕 右の図のように、点 C を通り、AD に平行な直線をひき、BA の延長との交点を E とする。
 △BCE において、AD // EC であるから、 $BA : AE = BD : DC$ …①
 AD // EC より、同位角は等しいから、 $\angle AEC = \angle BAD$
 平行線の錯角は等しいから、 $\angle ACE = \angle CAD$
 仮定から、 $\angle BAD = \angle CAD$ だから、 $\angle AEC = \angle ACE$
 よって、△ACE は二等辺三角形であり、 $AE = AC$ …②
 ①、②より、 $AB : AC = BD : DC$



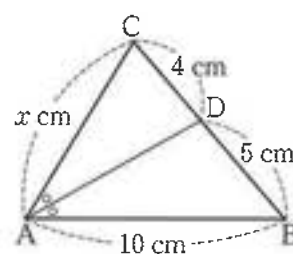
確認問題 3 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、 $\angle BAD = \angle CAD$ とするとき、 x の値を求めなさい。

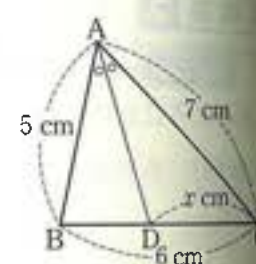
*□①



*□②



□③



$x =$

$x =$

$x =$

□(2) $AB = 8$ cm、 $BC = 7$ cm、 $CA = 6$ cm の △ABC で、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D、∠B の二等分線と辺 CA の交点を E とする。また、AD と BE の交点を F とする。

□① BD、AE の長さを求めなさい。

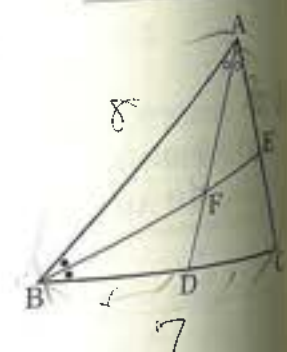
BD

AE

□② $AF : FD$ 、 $BF : FE$ のそれぞれを、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

$AF : FD$

$BF : FE$

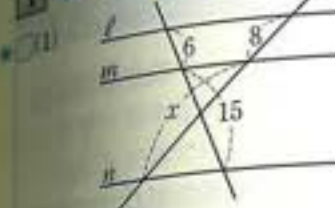


5章 相似な図形

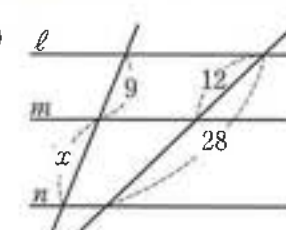
16 標準問題

次の図で、直線 l 、 m 、 n がいずれも平行であるとき、 x の値を求めなさい。

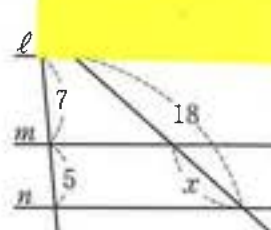
1 平行線と比



*□(2)



□(3)



$x =$

$x =$

$x =$

2 線分を等分する点 ノートの罫線は等しい間隔の平行線でできている。右の図の罫線を利用して、次のそれぞれの点を図の中にかき入れなさい。

ポイント 2

□(1) 線分 AB を 3 等分する点 P、Q

A B

□(2) 線分 CD を 3 : 4 に分ける点 R

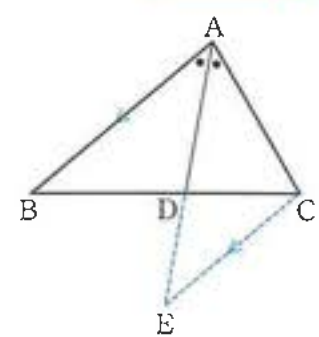
C D

3 角の二等分線と比 次の問に答えなさい。

ポイント 3

□(1) △ABC の ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、 $AB : AC = BD : DC$ となる。このことを証明したい。次の証明の続きを書きなさい。

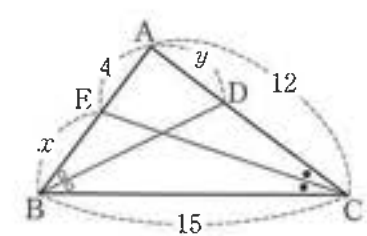
点 C を通り、AB に平行な直線をひき、AD の延長との交点を E とする。



□(2) 右の図の △ABC で、 $\angle ABD = \angle CBD$ 、 $\angle ACE = \angle BCE$ とするとき、 x 、 y の値を求めなさい。

$x =$

$y =$



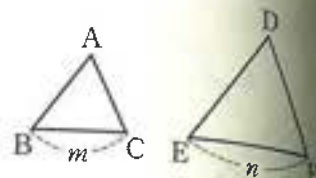
17 相似な図形の面積と体積

ポイント 1 相似な図形の相似比と面積比

教科書 P.156 ~ P.158

基本

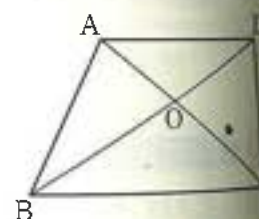
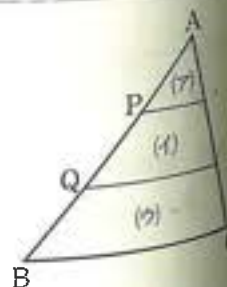
■ 相似な平面図形の周と面積

相似な2つの平面図形において、相似比が $m:n$ ならば、周の長さの比は、 $m:n$ 面積比は、 $m^2:n^2$ 例 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、相似比が $2:3$ のとき、周の長さの比は、 $2:3$ 面積比は、 $2^2:3^2=4:9$ 

確認問題 1 次の問に答えなさい。

例 (1) 相似な2つの図形P、Qがあり、その相似比は $5:3$ である。

□① PとQの周の長さの比を求めなさい。 □② PとQの面積比を求めなさい。

□③ Pの面積が 50 cm^2 のとき、Qの面積を求めなさい。例 (2) 右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDで、 $AD=10\text{ cm}$ 、 $BC=15\text{ cm}$ である。対角線ACとBDの交点をOとする。□① $AO:OC$ を求めなさい。□② $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ の周の長さの比を求めなさい。□③ $\triangle AOD$ の面積が 16 cm^2 のとき、 $\triangle COB$ の面積を求めなさい。例 (3) 右の図で、点P、Qは $\triangle ABC$ の辺ABを3等分する点である。それらの点を通り辺BCに平行な線分で、 $\triangle ABC$ を(ア)、(イ)、(ウ)の3つの部分に分けた。□① $\triangle ABC$ の周の長さは、(ア)の周の長さの何倍か。□② (ア)の面積が a のとき、(イ)、(ウ)の面積を a を使って表しなさい。

(イ)

(ウ)

相似な図形の相似比と面積比の関係がわかる。

教科書 p.155 ~ 161

相似な立体の相似比と面積比、体積比の関係がわかる。

ポイント 2 相似な立体の表面積の比や体積比

教科書 P.159 ~ P.161

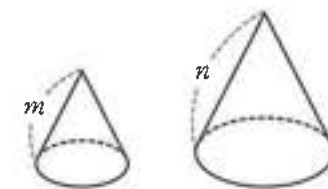
基本

■ 相似な立体

立体の形を変えずに、一定の割合に拡大または縮小した立体は、もとの立体と相似であるという。

相似な立体では、対応する線分の長さの比は一定である。この比を相似比という。

■ 相似な立体の表面積と体積

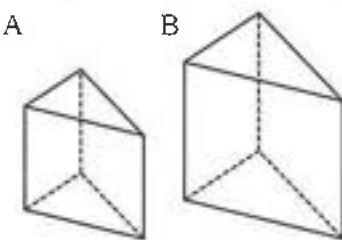
相似な2つの立体において、相似比が $m:n$ ならば、表面積の比は、 $m^2:n^2$ 体積比は、 $m^3:n^3$ 例 相似な2つの円錐A、Bで、相似比が $2:3$ のとき、表面積の比は、 $2^2:3^2=4:9$ 体積比は、 $2^3:3^3=8:27$ 

確認問題 2 次の問に答えなさい。

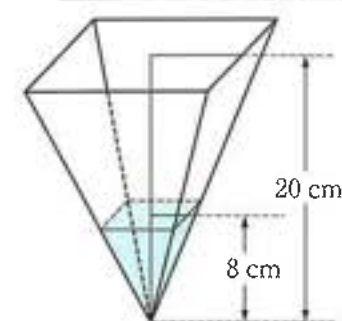
例 (1) 相似な2つの立体P、Qがあり、その相似比は $2:1$ である。□① Pの表面積が 60 cm^2 のとき、Qの表面積を求めなさい。□② Pの体積が 24 cm^3 のとき、Qの体積を求めなさい。例 (2) 右の図で、2つの三角柱A、Bは相似であり、高さはそれぞれ 6 cm 、 8 cm である。

□① AとBの表面積の比を求めなさい。

□② AとBの体積比を求めなさい。

□③ Bの体積が 128 cm^3 のとき、Aの体積を求めなさい。例 (3) 右の図のような、高さが 20 cm の正四角錐の形をした容器がある。この容器に水を 80 cm^3 入れたら、深さが 8 cm になった。

□① 水が入っている部分と容器は相似である。その相似比を求めなさい。

□② この容器に水を入れて満水にしたい。あと何 cm^3 の水を入れればよいか。

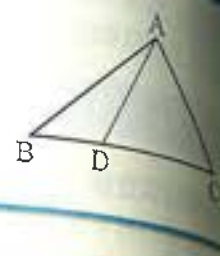
ポイント 3 線分の比と面積比

■ 線分の比と面積比

高さの等しい三角形の面積比は、底辺の長さの比に等しい。

$$\triangle ABD : \triangle ADC = BD : DC$$

$$\triangle ABC : \triangle ADC = BC : DC$$



確認問題 3 次の問に答えなさい。

※(1) 右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 ABCD で、 $BC = 3AD$ である。対角線 AC と BD の交点を E とする。

□① 次の三角形の面積比を求めなさい。

□(i) $\triangle AED : \triangle ABE$

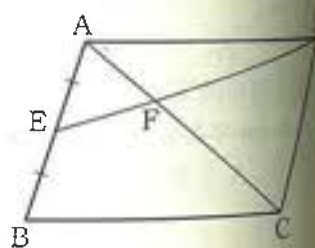
□(ii) $\triangle AED : \triangle CEB$

□② $\triangle AED$ の面積が 6 cm^2 のとき、台形 ABCD の面積を求めなさい。

□(2) 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。E は辺 AB の中点で、AC と DE の交点を F とする。

□① $AF : FC$ を求めなさい。

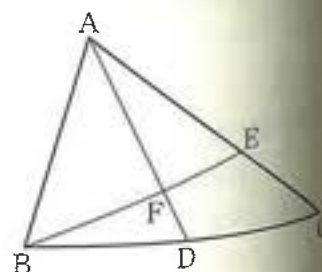
□② $\triangle AFD$ と $\square ABCD$ の面積比を求めなさい。



□(3) 右の図の $\triangle ABC$ で、点 D は辺 BC の中点、点 E は辺 AC 上の点で、 $AE : EC = 3 : 2$ となる点である。AD と BE の交点を F とする。

□① $AF : FD$ を求めなさい。

□② $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、 $\triangle AFE$ の面積を S を使って表しなさい。



5 章 相似な図形

17 標準問題

学習日 月 日

ポイント 1

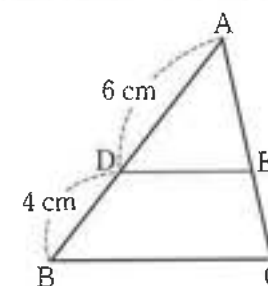
1 相似な図形の相似比と面積比 次の問に答えなさい。

□(1) 四角形 ABCD と四角形 EFGH は相似で、相似比は $2 : 3$ である。四角形 ABCD の面積が 20 cm^2 であるとき、四角形 EFGH の面積を求めなさい。

□(2) 右の図の $\triangle ABC$ で、 $DE \parallel BC$ 、 $AD = 6 \text{ cm}$ 、 $DB = 4 \text{ cm}$ である。

□① $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の周の長さの比を求めなさい。

□② $\triangle ABC$ の面積が 30 cm^2 のとき、台形 DBCE の面積を求めなさい。



2 相似な立体の表面積の比や体積比 次の問に答えなさい。

□(1) 相似な 2 つの円錐 A、B があり、底面の円の半径はそれぞれ 6 cm 、 8 cm である。

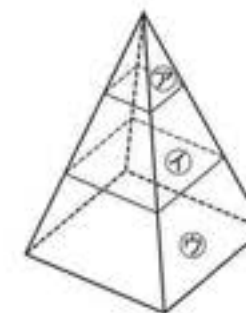
□① A と B の表面積の比を求めなさい。

□② A の体積が $108\pi \text{ cm}^3$ のとき、B の体積を求めなさい。

□(2) 右の図のように、正四角錐を、底面に平行で高さを 3 等分する 2 つの平面で切り、3 つの部分①、②、③に分けた。②の体積が a のとき、①、③の体積をそれぞれ a を使って表しなさい。

①

③



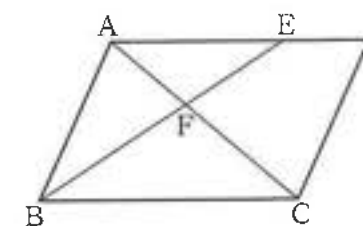
3 線分の比と面積比 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。

E は辺 AD 上の点で、 $AE : ED = 2 : 1$ となる点である。AC と BE の交点を F とする。次の問に答えなさい。

ポイント 3

□(1) $AF : FC$ を求めなさい。

□(2) $\square ABCD$ の面積を S とするとき、 $\triangle AFE$ の面積を S を使って表しなさい。



18 円周角の定理

学習日 月 日

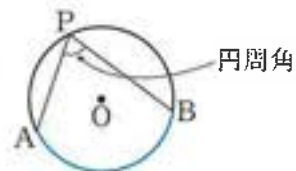
ポイント 1 円周角の定理

教科書 P.170 ~ P.173

基本

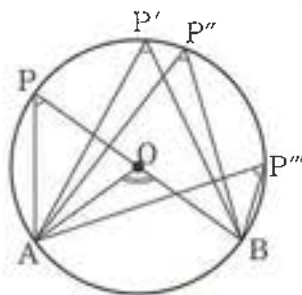
円周角

円Oにおいて、 $\widehat{AB}$ を除く円周上の点をPとすると、 $\angle APB$ を $\widehat{AB}$ に対する円周角という。



円周角の定理

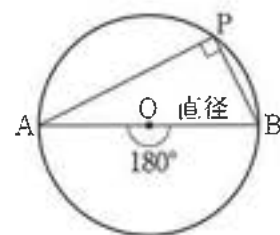
1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。



$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

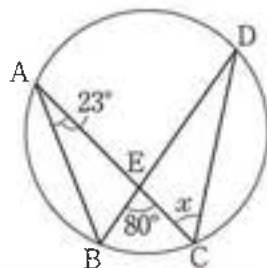
直径と円周角

線分ABを直径とする円の周上にA、Bと異なる点Pをとれば、 $\angle APB = 90^\circ$ である。



例題 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



解き方 (1)

同じ弧に対する円周角を見つける。

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいから、

$$\angle BDC = \angle BAC = 23^\circ$$

$\triangle DCE$ で、

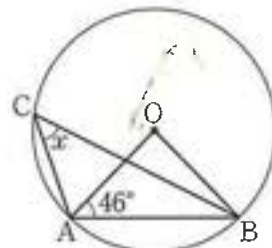
$$\angle x + 23^\circ = 80^\circ$$

$$\angle x = 80^\circ - 23^\circ$$

$$= 57^\circ$$

答 57°

(2)



(2)

半径から二等辺三角形を見つける。

OA=OBであるから、

$$\angle OAB = \angle OBA = 46^\circ$$

$$\angle AOB = 180^\circ - 46^\circ \times 2$$

$$= 88^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 88^\circ$$

$$= 44^\circ$$

答 44°

学習目標

- ・円周角の定理とその逆を理解する。
- ・円周角の定理をいろいろな問題に応用する。

教科書 p.167 ~ 178

確認問題 1 次の問に答えなさい。

- (1) 右の図のように、OPを共有する2つの二等辺三角形を利用して、「1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の半分である」

ことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを答えなさい。

[証明] POの延長上に点Qをとると、

$$\angle AOQ = \angle OPA + \angle \quad = 2\angle a$$

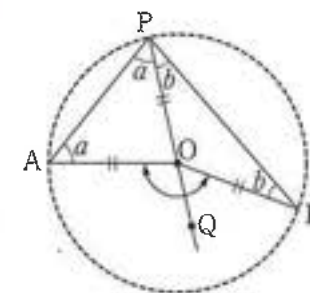
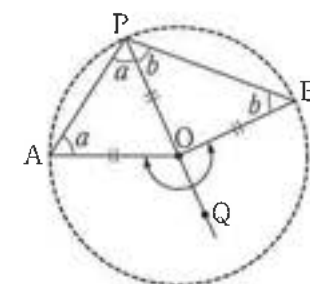
$$\angle BOQ = \angle OPB + \angle \quad = 2\angle b$$

$$\text{よって、}\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ$$

$$= 2(\quad)$$

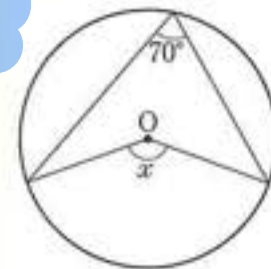
$$= 2\angle APB$$

したがって、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ となり、 $\widehat{AB}$ に対する円周角は、 $\widehat{AB}$ に対する中心角の半分である。

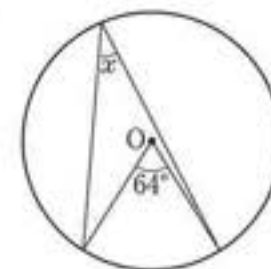


- (2) 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

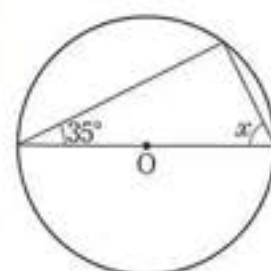
*□①



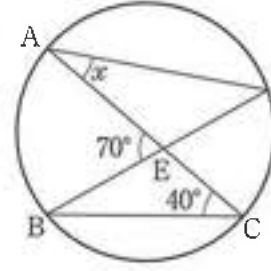
*□②



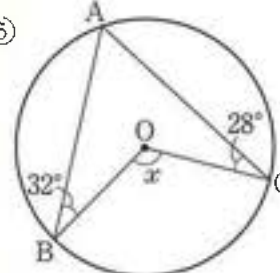
□③



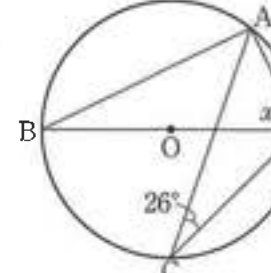
□④



*□⑤



□⑥



円周角と弧

1つの円で、

- ① 等しい円周角に対する弧は等しい。

右の図で、 $\angle APB = \angle CQD$ ならば、

$$\widehat{AB} = \widehat{CD}$$

- ② 等しい弧に対する円周角は等しい。

右の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ならば、

$$\angle APB = \angle CQD$$

〔証明〕 円周角の定理より、

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB, \angle CQD = \frac{1}{2} \angle COD \quad \dots \textcircled{1}$$

- ① $\angle APB = \angle CQD$ のとき、

①から、 $\angle AOB = \angle COD$

等しい中心角に対する弧は等しいから、

$$\widehat{AB} = \widehat{CD}$$

- ② $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ のとき、

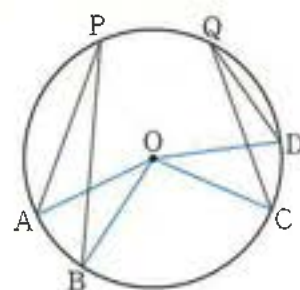
等しい弧に対する中心角は等しいから、

$$\angle AOB = \angle COD$$

①から、 $\angle APB = \angle CQD$

※ 1つの円で、等しい弧に対する弦は等しいが、

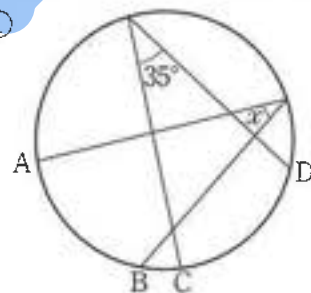
1つの弦に対する弧は2つあるから、逆は成り立たない。



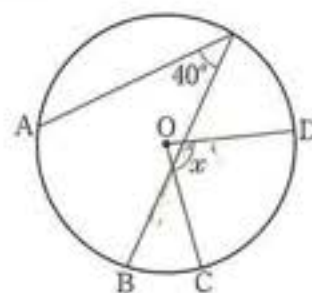
確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

※ ①

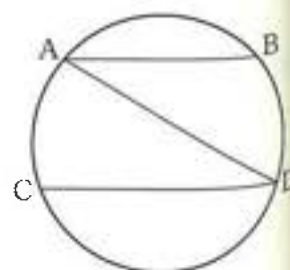


□②



□(2) 右の図のように、1つの円の周上に4点A、B、C、Dがあり、 $AB \parallel CD$ である。このとき、 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ となることを証明しなさい。

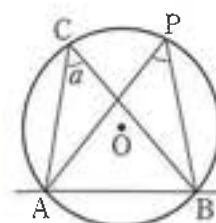
〔



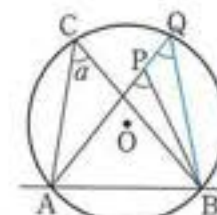
円の周上や内部、外部にある点

点Pが円Oの周上や内部、外部にあるとき、 $\angle APB$ の大きさを、 $\widehat{AB}$ に対する円周角 $\angle a$ の大きさと比べると、次のようになる。

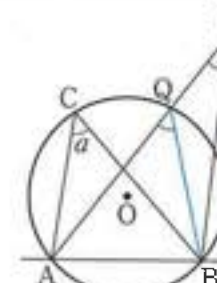
- ① 円Oの周上にあるとき ② 円Oの内部にあるとき ③ 円Oの外部にあるとき



$$\angle APB = \angle a$$



$$\angle APB > \angle a$$



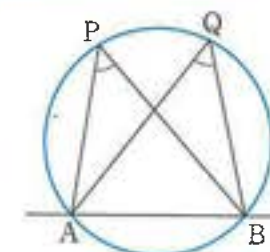
$$\angle APB < \angle a$$

円周角の定理の逆

4点A、B、P、Qについて、P、Qが直線ABの同じ側にあつて

$$\angle APB = \angle AQB$$

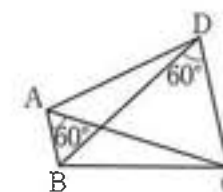
ならば、この4点は1つの円周上にある。



例 右の図で、A、Dは直線BCの同じ側にあつて、

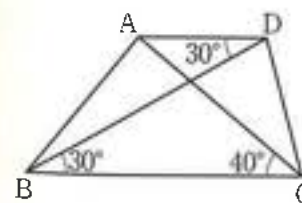
$$\angle BAC = \angle BDC = 60^\circ$$

だから、4点A、B、C、Dは1つの円周上にある。

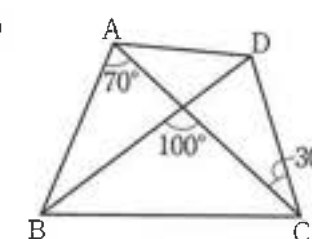


★確認問題 3 次の(1)~(4)について、4点A、B、C、Dが1つの円周上にあるものには○、そうでないものには×を書きなさい。

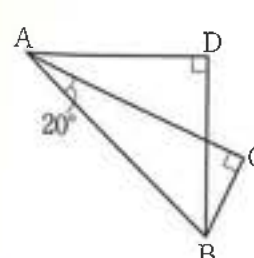
□(1)



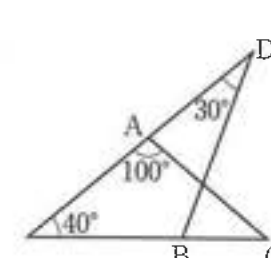
□(2)



□(3)



□(4)

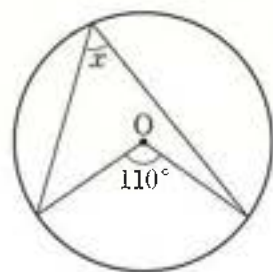


18 標準問題

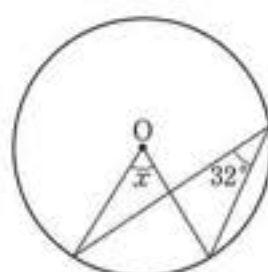
学習日 月 日

1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

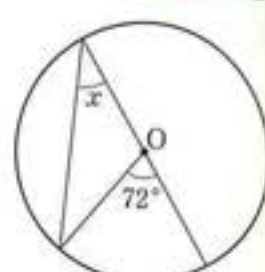
★□(1)



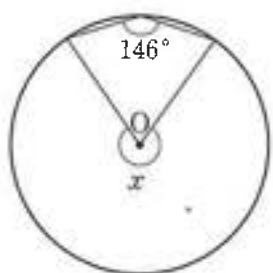
□(2)



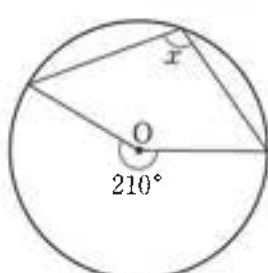
★□(3)



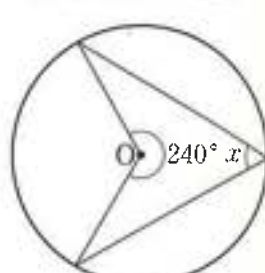
□(4)



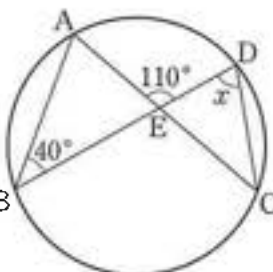
★□(5)



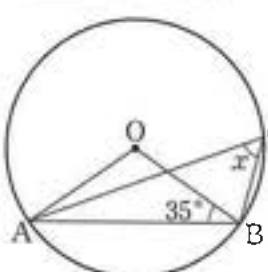
□(6)



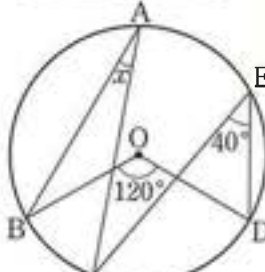
★□(7)



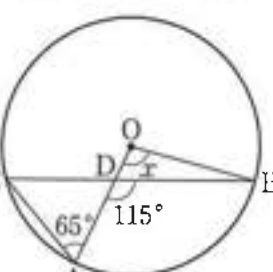
□(8)



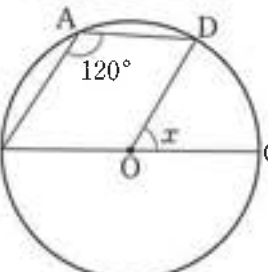
★□(9)



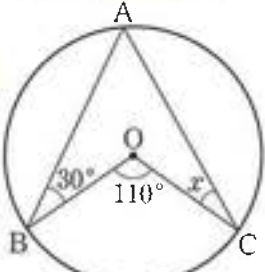
★□(10)



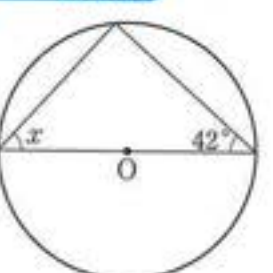
□(11)



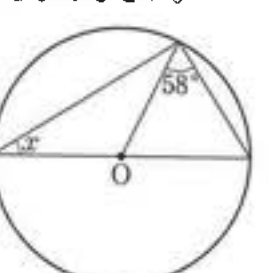
★□(12)

2 直径と円周角 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

★□(1)



□(2)

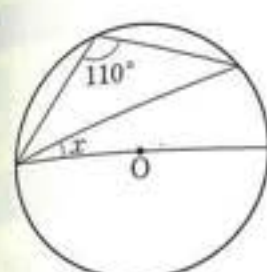


★□(3)

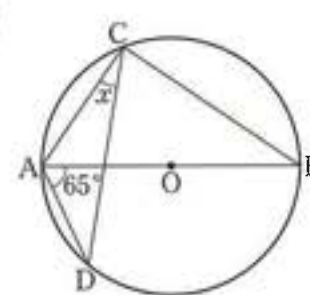


ポイント 1

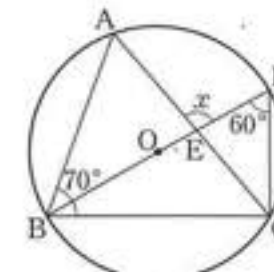
□(4)



★□(5)



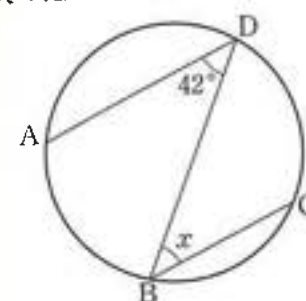
□(6)



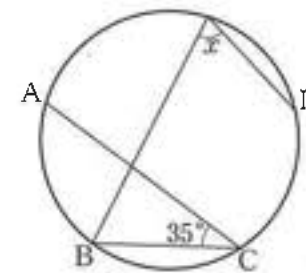
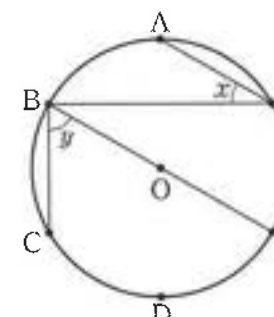
3 円周角と弧 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

★□①



□②

★□(2) 右の図で、A、B、C、D、E、Fは、円周を6等分する点である。 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。 $\angle x =$ $\angle y =$ 

4 円周角の定理の逆 次の問に答えなさい。

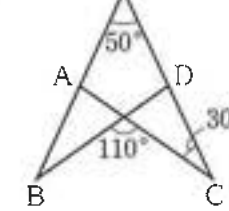
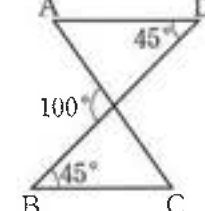
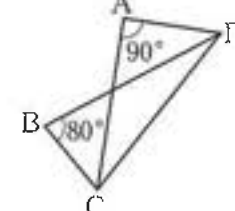
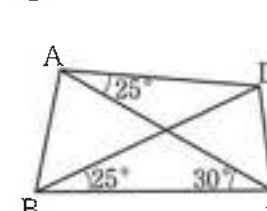
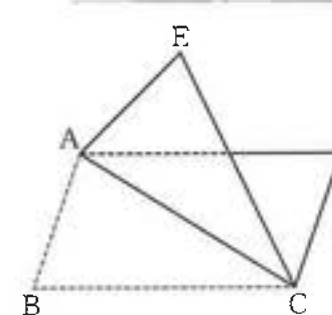
★□(1) 次の㉑～㉔について、4点A、B、C、Dが1つの円周上にあるものを選びなさい。

㉑

㉒

㉓

㉔

□(2) 右の図のように、 $\square ABCD$ を対角線ACで折り曲げて、点Bが移った点をEとする。このとき、4点A、C、D、Eは1つの円周上にあることを証明しなさい。

19 円周角の定理の利用

学習日 月 日

ポイント 1 作図と円周角

教科書 P.179

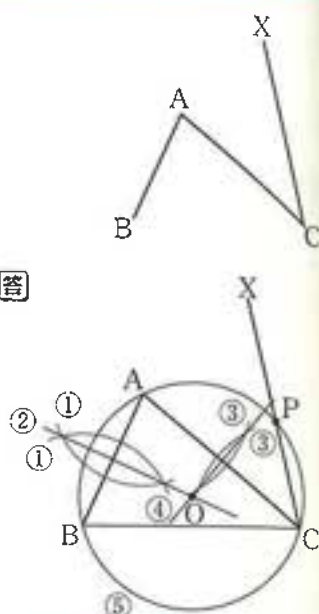
標準

例題 右の図の半直線 CX 上に点 P を $\angle BAC = \angle BPC$ となるようにとり、このような点 P を作図によって、求めなさい。

解き方 3点 A、B、C を通る円を作図して、半直線 CX との交点を P とすれば、円周角の定理から、 $\angle BAC = \angle BPC$ がいえる。したがって、次の順に作図すればよい。

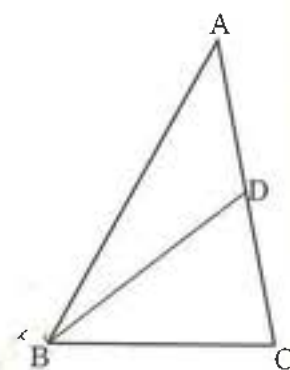
- ① 3点 A、B、C を通る円の中心 O を求める。
 $\Rightarrow$ 2辺 AB、AC それぞれの垂直二等分線を作図する。
 それらの交点が O になる。
- ② O を中心として、3点 A、B、C を通る円をかき、半直線 CX との交点を P とする。

図

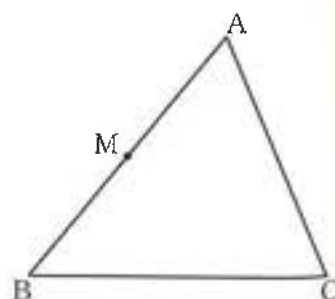


確認問題 1 次の問に答えなさい。

- ★□(1) 右の図の $\triangle ABC$ において、点 D は辺 AC 上の点である。辺 AB 上に点 P を $\angle BPC = \angle BDC$ となるようにとるとき、このような点 P を作図によって、求めなさい。



- (2) 右の図の $\triangle ABC$ において、点 M は辺 AB の中点である。この点を利用して、点 A から辺 BC にひいた垂線 AH を作図しなさい。



学習目標

- ・ 円の接線と円周角の定理の関係を理解する。
- ・ 円周角の定理を利用した応用問題が解けるようになる。

教科書 p.179~183

ポイント 2 円の接線

教科書 P.180・P.181

標準

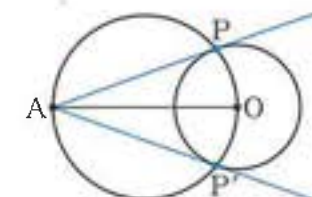
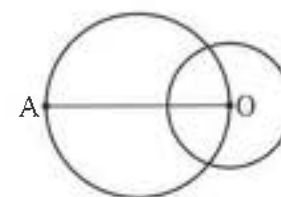
円の接線の性質

円の接線は、接点を通る半径に垂直である。

円周角の定理を利用して、円の接線を作図することができる。

例 円 O の外の点 A から、この円への接線を作図する方法

- ① OA を直径とする円を作図する。
- ② 2つの円の交点を P、P' とし、直線 AP、AP' をひく。



点 P、P' は OA を直径とする円の周上の点、 $\angle APO$ と $\angle AP'O$ は半円の弧に対する円周角だから、 $\angle APO = 90^\circ$ 、 $\angle AP'O = 90^\circ$

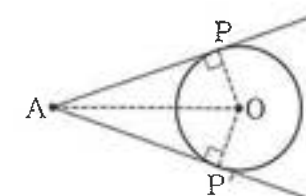
となる。

接線の長さ

円 O の外の点 A から、この円への接線 AP、AP' をひいたとき、線分 AP または AP' の長さを、点 A から円 O にひいた接線の長さという。

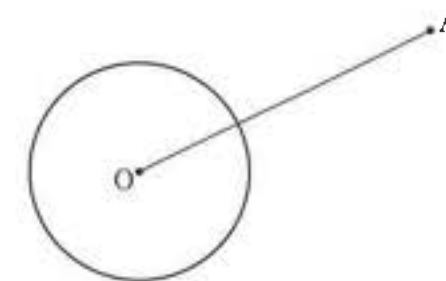
円外の 1 点から、その円にひいた 2 つの接線の長さは等しい。

右の図で、 $AP = AP'$ となる。

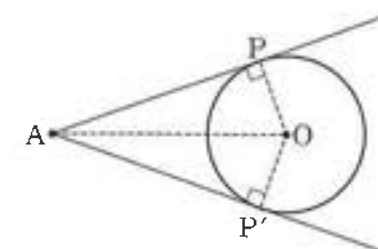


確認問題 2 次の問に答えなさい。

- ★□(1) 右の図のように、円 O と点 A が与えられている。点 A からこの円への接線 AP、AP' を作図しなさい。



- (2) 右の図で、AP、AP' は円 O の接線で、点 P、P' は接点である。
 $AP = AP'$ となることを証明しなさい。



例題 右の図のように、円 O の 2 つの弦 AB、CD の交点を P とする。

- (1) $\triangle DAP \sim \triangle BCP$ となることを証明しなさい。
- (2) $DP = 5 \text{ cm}$ 、 $AP = 10 \text{ cm}$ 、 $BP = 6 \text{ cm}$ のとき、 CP の長さを求めなさい。

解き方 (1) 円の問題では、円周角に着目する。

〔証明〕 $\triangle DAP$ と $\triangle BCP$ において、
対頂角は等しいから、

$$\angle DPA = \angle BPC \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\widehat{AC}$ に対する円周角は等しいから、

$$\angle ADP = \angle CBP \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle DAP \sim \triangle BCP$$

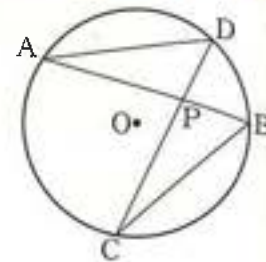
- (2) 対応する辺の比は等しいから、 $AP : CP = DP : BP$
 $CP = x \text{ cm}$ とすると、

$$10 : x = 5 : 6$$

$$5x = 60$$

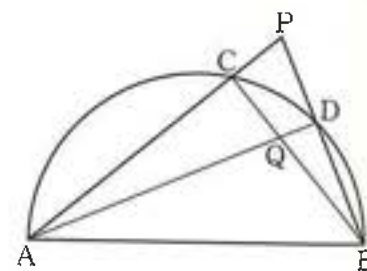
$$x = 12$$

〔答〕 12 cm



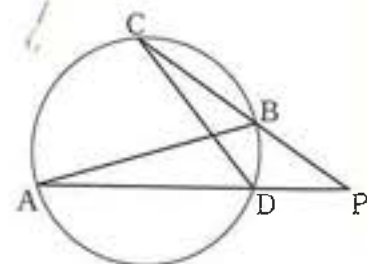
確認問題 3 次の問に答えなさい。

- (1) 右の図は AB を直径とする半円で、C、D は $\widehat{AB}$ 上の点である。AC、BD をそれぞれ延長した交点を P とし、AD と BC の交点を Q とする。 $\triangle APD \sim \triangle BQC$ となることを証明しなさい。



- (2) 右の図のように、円の 2 つの弦 AB、CD が交わっている。2 つの直線 AD、CB をひいて、その交点を P とする。

① $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ となることを証明しなさい。



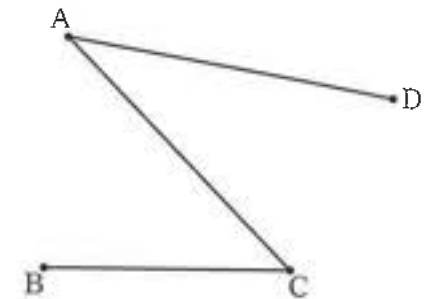
- ② $AB = 12 \text{ cm}$ 、 $CD = 10 \text{ cm}$ 、 $BP = 6 \text{ cm}$ のとき、 DP の長さを求めなさい。

19 標準問題

学習日 月 日

- 1 作図と円周角 右の図のように 4 点 A、B、C、D がある。線分 AD 上に点 P を $\angle APB = \angle ACB$ となるようにとるとき、このような点 P を作図によって、求めなさい。

ポイント 1



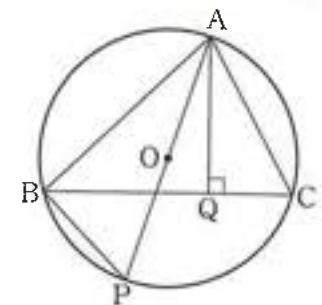
- 2 円の接線 右の図のように、3 点 A、B、C が一直線上にある。点 A を中心とする半径 AB の円をかき、点 C からこの円へ接線 CP、CP' をひく。この 2 本の接線を作図しなさい。

ポイント 2



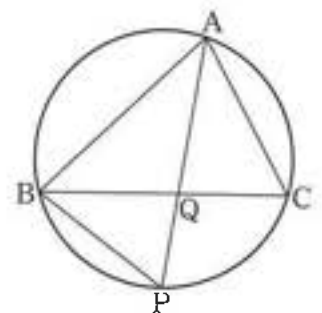
- 3 円と相似 次の問に答えなさい。

- (1) 右の図の 3 点 A、B、C は円 O の周上の点である。AP は直径であり、A から BC に垂線 AQ をひく。 $\triangle ABP \sim \triangle AQC$ となることを証明しなさい。



- (2) 右の図で、A、B、C、P は円の周上の点で、 $\widehat{BP} = \widehat{CP}$ である。また、AP と BC の交点を Q とする。

① $\triangle ABP \sim \triangle AQC$ となることを証明しなさい。



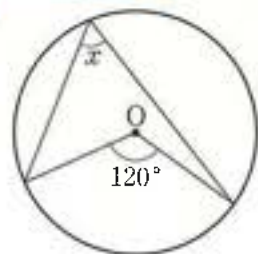
- ② $AB = 8 \text{ cm}$ 、 $AC = 7 \text{ cm}$ 、 $AP = 10 \text{ cm}$ のとき、 AQ の長さを求めなさい。

単問トレーニング

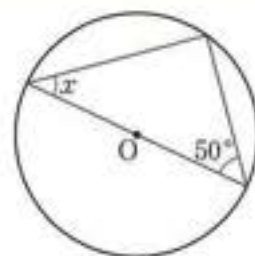
学習日 月 日

1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

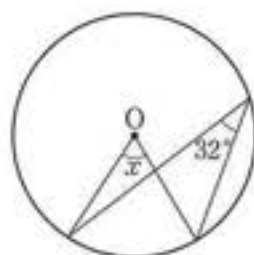
(1)



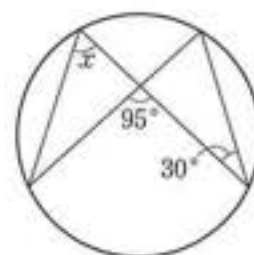
(2)



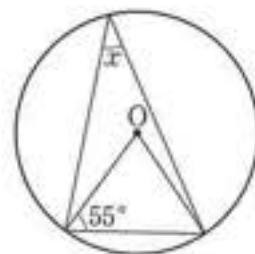
(3)



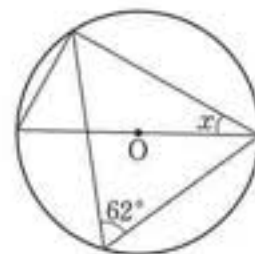
(4)



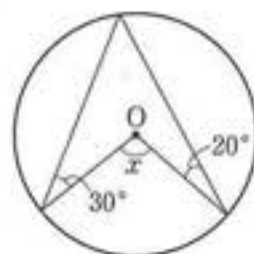
(5)



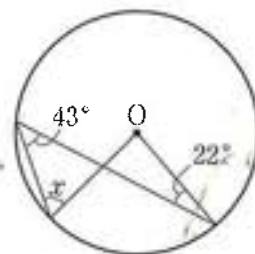
(6)



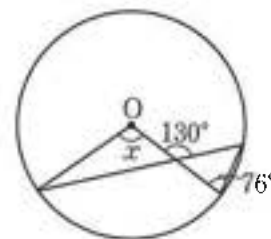
(7)



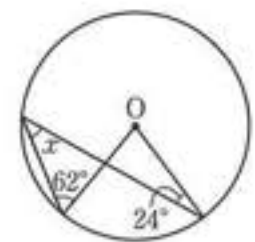
(8)



(9)



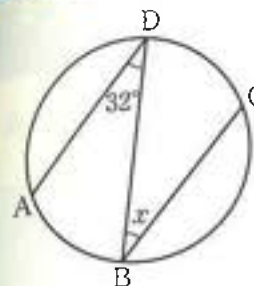
(10)



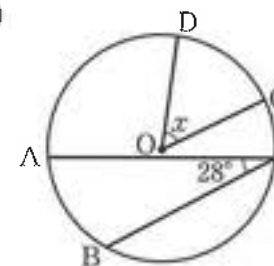
18 ポイント

2 円周角と弧 次の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

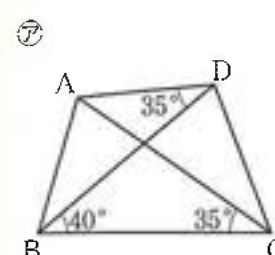


18 ポイント 2

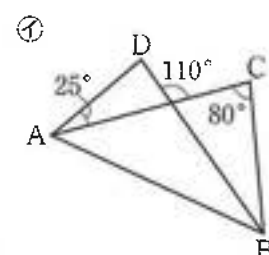
3 円周角の定理の逆 次の㉑～㉔について、4点A、B、C、Dが同じ円周上にあるものを選びなさい。

18 ポイント 3

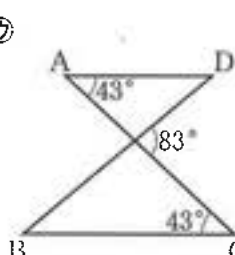
㉑



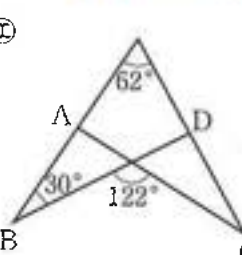
㉒



㉓

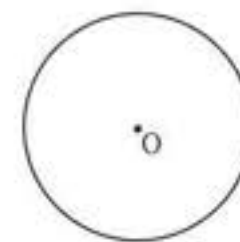


㉔

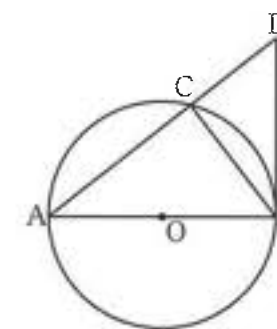
**4 円の接線** 下の図の円Oの外の点Aから、円Oへの接線AP、AP'を作図しなさい。

19 ポイント 2

A

**5 円と相似** 右の図のように、ABを直径とする円Oがある。円周上に点Cをとり、Bを通る円の接線と直線ACの交点をDとし、BとCをむすぶとき、 $\angle ABC = \angle ADB$ であることを証明しなさい。

19 ポイント 3

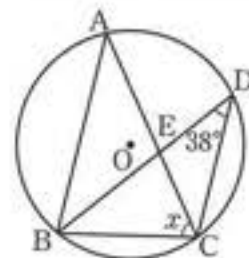


1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



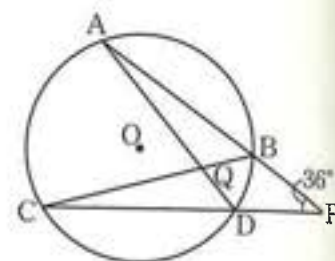
□(2) $AB \parallel DC$, $BC = CD$



2 次の問に答えなさい。

□(1) 右の図のように、円Oの2つの弦AB、CDをそれぞれ延長した直線の交点をP、ADとBCの交点をQとする。 $\angle APC = 36^\circ$ のとき、次の問に答えなさい。

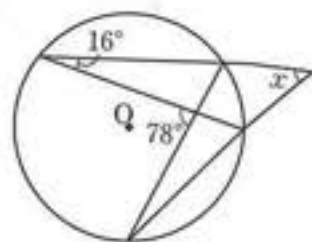
□① $\angle BAD = x^\circ$ として、 $\angle ABC$ の大きさを、 x の式で表しなさい。



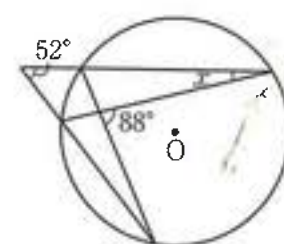
□② $\angle AQC = 64^\circ$ のとき、 $\angle BAD$ の大きさを求めなさい。

□(2) 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

□①



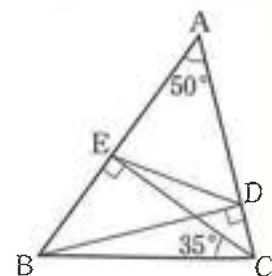
□②



3 右の図のような $\triangle ABC$ があり、頂点B、Cから辺AC、ABに垂線BD、CEをひく。 $\angle A = 50^\circ$ 、 $\angle BCE = 35^\circ$ のとき、次の角の大きさを求めなさい。

□(1) $\angle DCE$

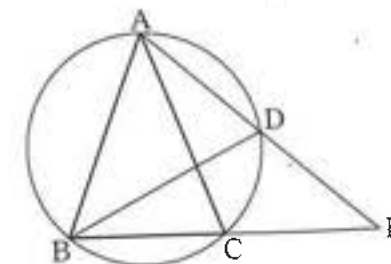
□(2) $\angle DEC$



4 右の図で、A、B、C、Dは円の周上の点で、 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形である。AD、BCを延長した交点をEとすると、次の問に答えなさい。

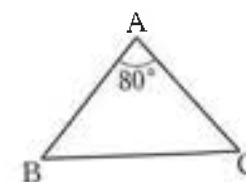
□(1) $\triangle ABE \sim \triangle ADB$ となることを証明しなさい。

□(2) $AD = DE = 3 \text{ cm}$ のとき、ABの長さを求めなさい。



5 右の図は、頂角 $\angle A$ が 80° の二等辺三角形ABCである。この図を利用して、頂角 $\angle P$ が 40° の二等辺三角形PBCを作図しなさい。

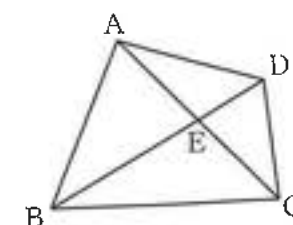
□



6 右の図のように、四角形ABCDがある。この四角形の対角線をひくと、 $\angle ABD = \angle ACD$ となった。対角線の交点をEとする。このとき次の問に答えなさい。

□(1) $\triangle AED \sim \triangle BEC$ であることを証明しなさい。

□(2) $DE = 2 \text{ cm}$ 、 $BE = 4.5 \text{ cm}$ 、 $AC = 6 \text{ cm}$ のとき、ECの長さを求めなさい。



20 三平方の定理

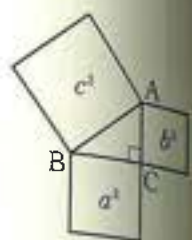
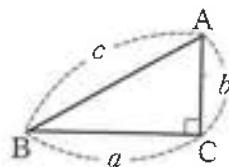
ポイント 1 三平方の定理

三平方の定理

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a 、 b 、
斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

※「ピタゴラスの定理」ともよばれている。



確認問題 1 三平方の定理には、いろいろな証明がある。次の問に答えなさい。

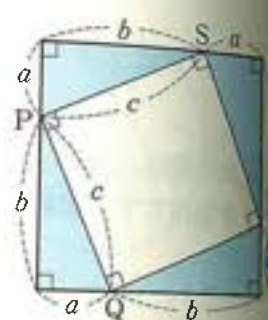
- ★□(1) 直角をはさむ2辺の長さが a 、 b 、斜辺の長さが c の直角三角形が4つある。これらを右の図のように並べて、1辺の長さが $a+b$ の正方形をつくる。

□① 次の(i)~(iii)を a 、 b 、 c を使って表しなさい。

□(i) 1辺が $a+b$ の正方形の面積

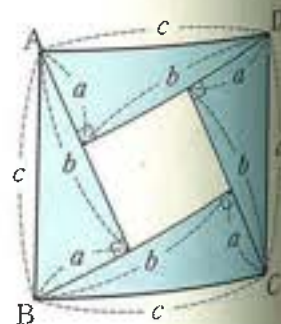
□(ii) 4つの合同な直角三角形の面積の和

□(iii) 正方形 PQRS の面積



□② ①を利用して、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを証明しなさい。

- (2) 直角をはさむ2辺の長さが a 、 b 、斜辺の長さが c の直角三角形が4つある。これらを右の図のように並べて、正方形 ABCD をつくる。正方形 ABCD の面積を2通りに表して、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



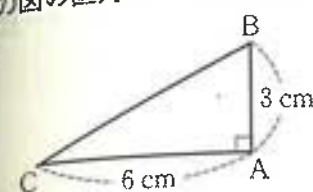
三平方の定理が使えるようになる。
三平方の定理の逆を理解する。

ポイント 2 辺の長さの求め方

教科書 P.191 基本

例題 次の図の直角三角形で、辺 BC の長さをそれぞれ求めなさい。

(1)



BC = x cm として、三平方の定理を使う。

(1) 斜辺は x cm だから、

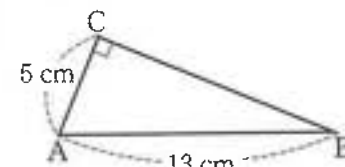
$$6^2 + 3^2 = x^2$$

$$x^2 = 45$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

答 $3\sqrt{5}$ cm

(2)



(2) 斜辺は 13 cm だから、

$$5^2 + x^2 = 13^2$$

$$x^2 = 144$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = 12$$

答 12 cm

三平方の定理

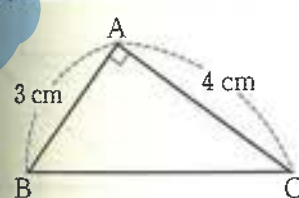
$$a^2 + b^2 = c^2$$

斜辺

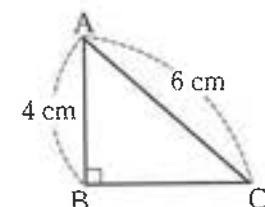
確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図の直角三角形で、辺 BC の長さをそれぞれ求めなさい。

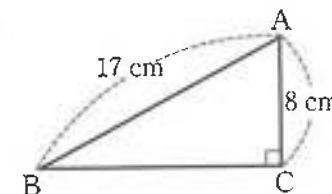
□①



□②

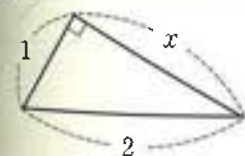


□③

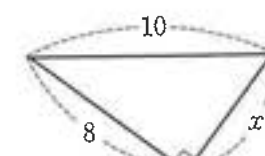


□(2) 次の図で、 x の値を求めなさい。

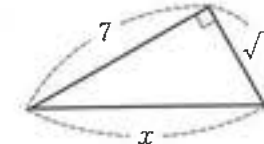
□①



□②



□③

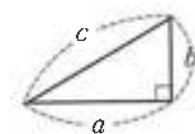


$x =$

$x =$

$x =$

□(3) 直角三角形の、直角をはさむ2辺の長さを a 、 b 、斜辺の長さを c とする。右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。



	a	b	c
①	1	3	
②		3	7
③	9		15
④		24	25

ポイント 3 三平方の定理の逆

■三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さ a 、 b 、 c の間に

$$a^2 + b^2 = c^2$$

という関係が成り立てば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

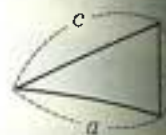
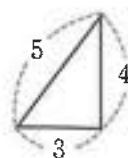
例 右の図の三角形で、 $a=3$ 、 $b=4$ 、 $c=5$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$c^2 = 5^2 = 25$$

だから、 $3^2 + 4^2 = 5^2$ という関係が成り立つ。

したがって、長さ5の辺を斜辺とする直角三角形である。



確認問題 3 次の問に答えなさい。

(1) 三平方の定理の逆が成り立つことを証明する。

いま、 $BC=a$ 、 $CA=b$ 、 $AB=c$ である $\triangle ABC$ で、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つとき、 $\angle C = 90^\circ$ になることを次のように証明した。空らんにあてはまるものを答えなさい。

〔証明〕 $\triangle ABC$ に対して、 $\angle F = 90^\circ$ 、 $EF=a$ 、 $FD=b$ である $\triangle DEF$ をかき、 $DE=x$ とする。

三平方の定理より、 $a^2 + b^2 =$...①

また、仮定から、 $a^2 + b^2 =$...②

①、②より、 $x^2 =$

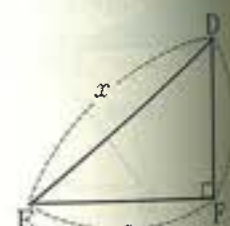
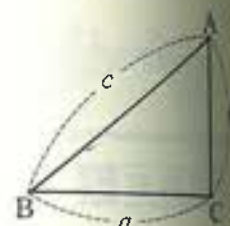
$x > 0$ 、 $c > 0$ であるから、 $x =$

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は、3組の辺がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

したがって、 $\angle C = \angle$ $= 90^\circ$

すなわち、三平方の定理の逆が成り立つ。



(2) 3辺の長さが8 cm、15 cm、17 cm である三角形は直角三角形といえますか。

※(3) 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。

㉠ 3 cm、5 cm、7 cm

㉡ 6 cm、8 cm、10 cm

㉢ 4 cm、4 cm、6 cm

㉣ 5 cm、12 cm、13 cm

㉤ $\sqrt{2}$ cm、 $\sqrt{7}$ cm、3 cm

㉥ 1 m、0.7 m、0.6 m

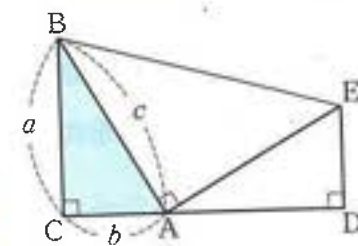
7章 三平方の定理

20 標準問題

学習日 月 日

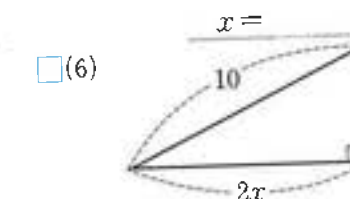
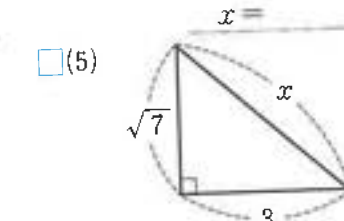
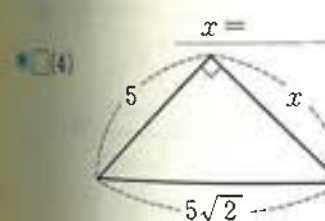
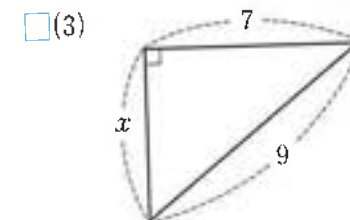
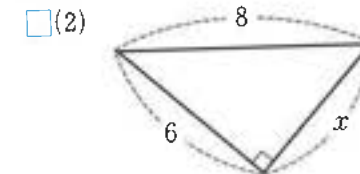
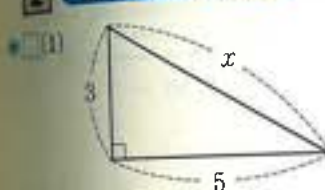
1 三平方の定理 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。辺 CA の延長上に点 D をとり、右の図のように、 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle EAD$ を作り、 B と E を結ぶ。 $BC=a$ 、 $CA=b$ 、 $AB=c$ のとき、台形 $BCDE$ の面積を2通りに表して $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを証明しなさい。

ポイント 1



2 辺の長さの求め方 次の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。

ポイント 2



3 三平方の定理の逆 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。

ポイント 3

㉠ 41 cm、40 cm、9 cm

㉡ 7 cm、11 cm、13 cm

㉢ 1 m、2.4 m、2.6 m

㉣ 1 m、 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ m、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m

21 三平方の定理の平面図形への利用

ポイント 1 特別な直角三角形の3辺の比

■ 特別な直角三角形の3辺の比

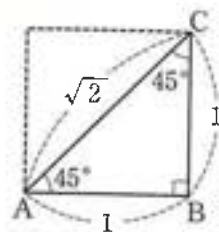
3つの角が

① 45°、45°、90°の直角三角形

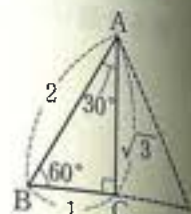
② 30°、60°、90°の直角三角形

の3辺の長さの間には、右のような関係が成り立つ。

※1組の三角定規は、右の図のような、正方形、正三角形をそれぞれ2等分してできる直角三角形である。



1:1:√2

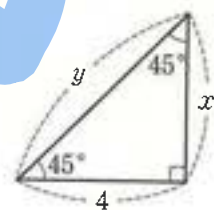


1:√3:2

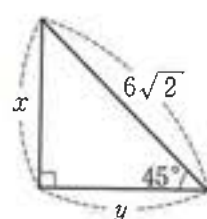
確認問題 1 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図で、 x 、 y の値を求めなさい。

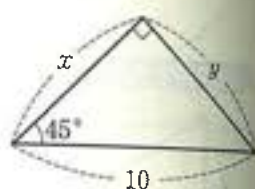
★□①

 $x =$

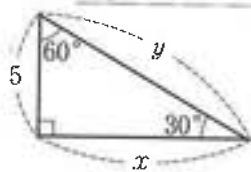
★□②

 $x =$

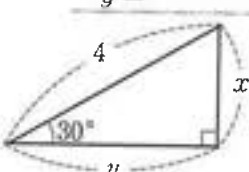
□③

 $x =$

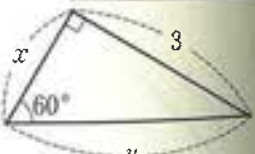
★□④

 $x =$

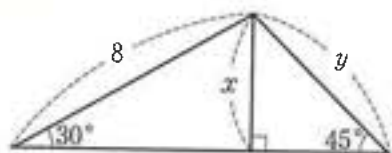
★□⑤

 $x =$

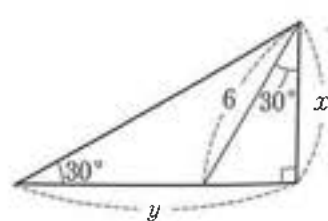
□⑥

 $x =$ □(2) 次の図で x 、 y の値を求めなさい。

★□①

 $x =$ $y =$

□②

 $x =$ $y =$

三平方の定理を使って、平面図形の線分の長さや面積が求められるようになる。

教科書 p.195~200

ポイント 2 三角形や四角形への利用

教科書 P.198 基本

右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。

頂点 A から底辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とすると、H は BC の中点となる。

AH = h cm とすると、BH = 2 cm だから、直角三角形 ABH で、

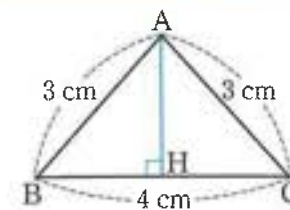
$$2^2 + h^2 = 3^2$$

$$h^2 = 5$$

 $h > 0$ だから、 $h = \sqrt{5}$

$$\text{したがって、}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{答 } 2\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

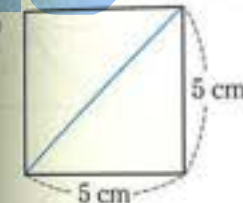
※図形のなかに直角三角形をつくれば、三平方の定理を利用することができる。



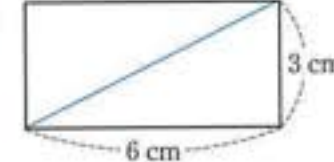
確認問題 2 次の問に答えなさい。

□(1) 次の図の正方形や長方形の対角線の長さを求めなさい。

★□①

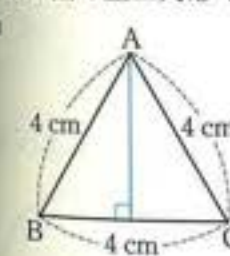


□②



□(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BC を底辺としたときの高さや面積を求めなさい。

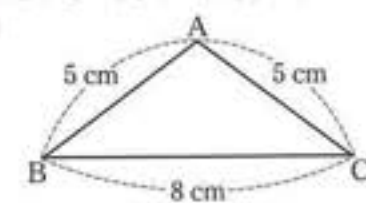
★□①



高さ

面積

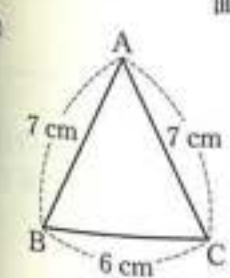
□②



高さ

面積

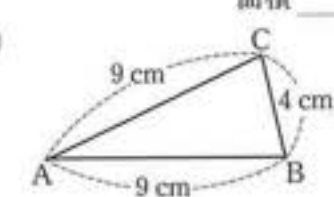
★□③



高さ

面積

□④



高さ

面積

ポイント 3 2点間の距離

教科書 P.199

基本

例題 2点 A(4, 3)、B(-3, -2) の間の距離を求めなさい。

解き方 AB を斜辺として、他の2辺が座標軸に平行な直角三角形をつくる。

右の図のように、直角三角形 ABC をつくる。

$$BC = 4 - (-3) = 7$$

$$AC = 3 - (-2) = 5$$

だから、 $AB = d$ とすると、

$$d^2 = 7^2 + 5^2 = 74$$

$$d > 0 \text{ だから、 } d = \sqrt{74}$$

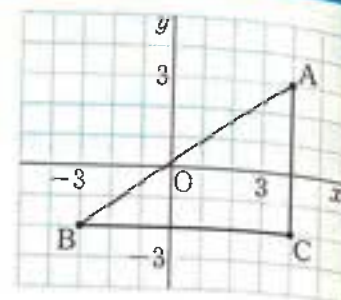
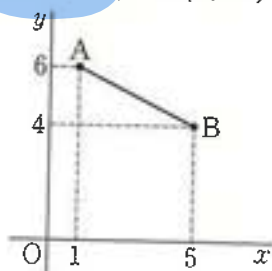


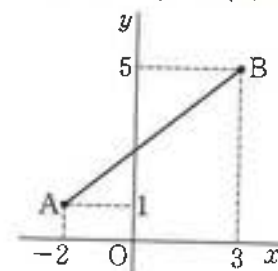
図 $\sqrt{74}$

確認問題 3 次の2点 A、B の間の距離を求めなさい。

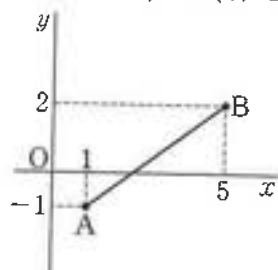
★□(1) A(1, 6)、B(5, 4)



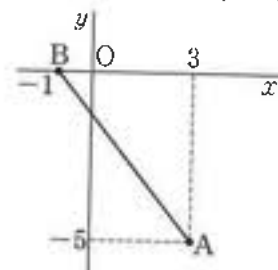
□(2) A(-2, 1)、B(3, 5)



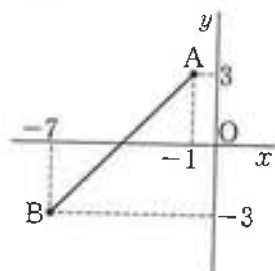
★□(3) A(1, -1)、B(5, 2)



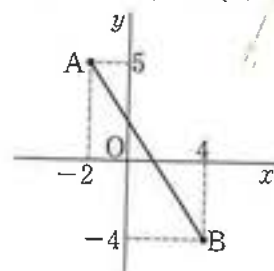
□(4) A(3, -5)、B(-1, 0)



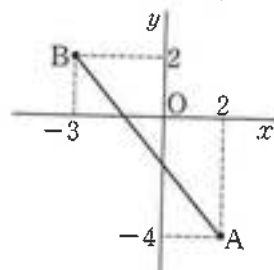
★□(5) A(-1, 3)、B(-7, -3)



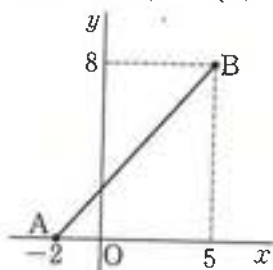
□(6) A(-2, 5)、B(4, -4)



★□(7) A(2, -4)、B(-3, 2)



□(8) A(-2, 0)、B(5, 8)



ポイント 4 円や球への利用

教科書 P.200

基本

例題 半径が 6 cm の円 O で、中心からの距離が 2 cm である弦 AB の長さを求めなさい。

解き方 円の中心 O から弦 AB にひいた垂線と AB の交点を H とすると、H は AB の中点となる ($\triangle OAH \cong \triangle OBH$)。

$AH = x$ cm とすると、 $\triangle OAH$ は直角三角形であるから、

$$x^2 + 2^2 = 6^2$$

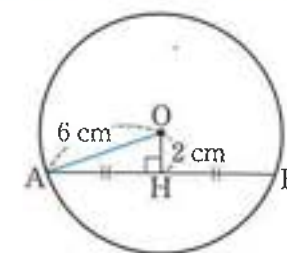
したがって、 $x^2 = 32$

$x > 0$ であるから、 $x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$AB = 2AH$$

$$= 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

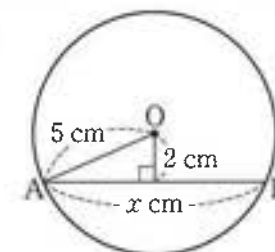
図 $8\sqrt{2}$ cm



確認問題 4 次の問に答えなさい。

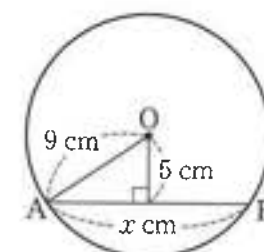
□(1) 次の図で、 x の値を求めなさい。

★□①



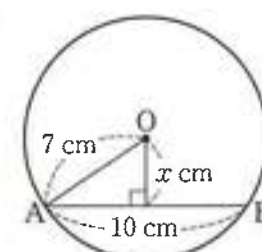
$x =$

□②



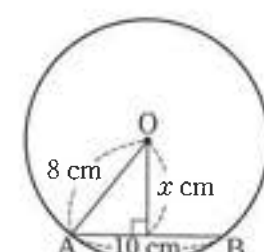
$x =$

★□③



$x =$

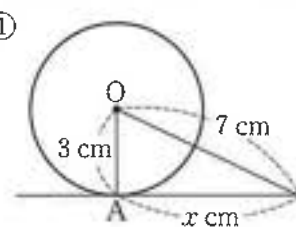
□④



$x =$

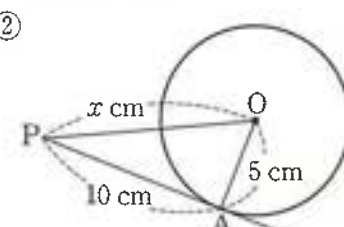
□(2) 次の図で、AP は円の接線、A は接点である。 x の値を求めなさい。

□①



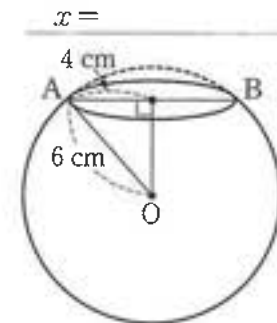
$x =$

□②



$x =$

□(3) 右の図のように、半径が 6 cm の球を、ある平面で切ったとき、その切り口は半径 4 cm の円となった。中心 O と切り口の平面との距離を求めなさい。



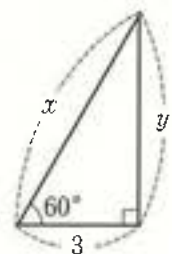
21 標準問題

学習日 月 日

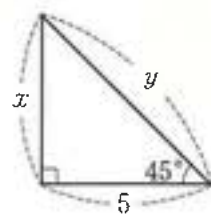
1 特別な直角三角形の3辺の比 次の問に答えなさい。

(1) 次の図で、 x 、 y の値をそれぞれ求めなさい。

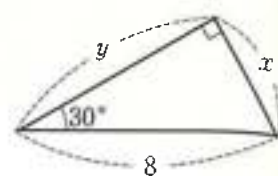
①

 $x =$ $y =$

②

 $x =$ $y =$

③

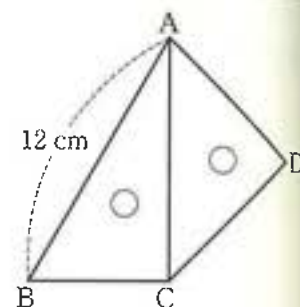
 $x =$ $y =$

(2) 右の図のように、1組の三角定規を、長さが等しい辺を合わせて並べる。AB = 12 cm とする。

① BC、ADの長さをそれぞれ求めなさい。

BC

AD

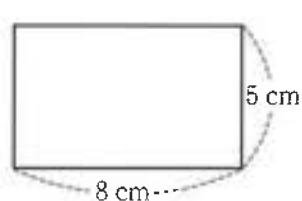


② 四角形 ABCD の面積を求めなさい。

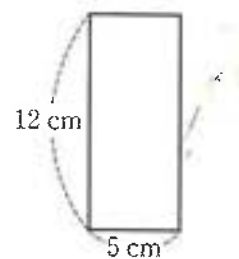
2 三角形や四角形への利用 次の問に答えなさい。

(1) 次の図の長方形の対角線の長さを求めなさい。

①

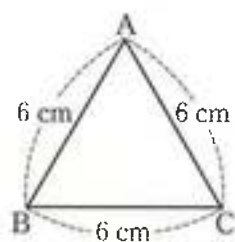


②



(2) 次の図の正三角形や二等辺三角形で、BCを底辺としたときの高さや面積を求めなさい。

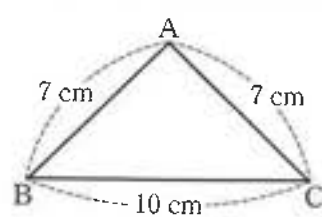
①



高さ

面積

②



高さ

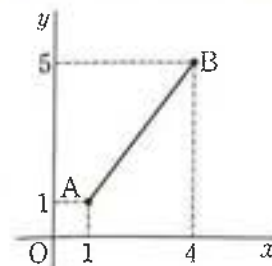
面積

ポイント 2

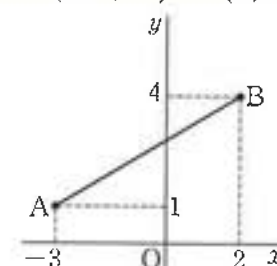
3 2点間の距離 次の問に答えなさい。

(1) 次の2点A、Bの間の距離を求めなさい。

① A(1, 1)、B(4, 5)



② A(-3, 1)、B(2, 4)



(2) 右の図のように、3点A(-1, -1)、B(1, -3)、C(4, 4)を頂点とする△ABCがある。

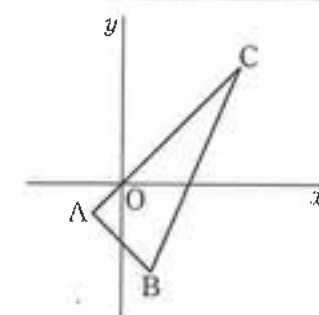
① AB、BC、ACの長さを求めなさい。

AB

BC

AC

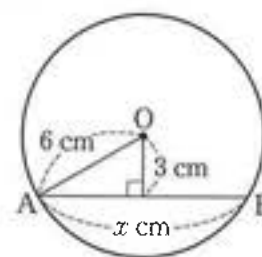
② △ABCは直角三角形であることを示しなさい。



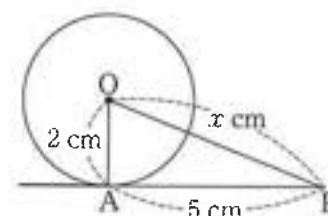
4 円や球への利用 次の問に答えなさい。

(1) 次の図で、 x の値を求めなさい。ただし、②でAPは円の接線、Aは接点とする。

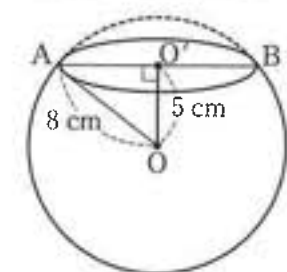
①



②

 $x =$ $x =$

(2) 右の図のように、半径が8 cmの球を、中心Oとの距離が5 cmである平面で切ったとき、切り口は円となり、その中心をO'とするとOO' = 5 cmである。切り口の円O'の半径を求めなさい。



22 三平方の定理の空間図形への利用

ポイント 1 直方体の対角線

例題 右の図の直方体で、 $GH = 5\text{ cm}$ 、 $FG = 7\text{ cm}$ 、 $BF = 4\text{ cm}$ のとき、対角線 BH の長さを求めなさい。

解き方 底面の対角線 FH をひく。

$\triangle FGH$ は、 $\angle FGH = 90^\circ$ の直角三角形だから、

$$FH^2 = 7^2 + 5^2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

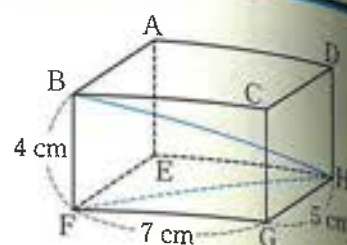
$\triangle BFH$ は、 $\angle BFH = 90^\circ$ の直角三角形だから、

$$BH^2 = FH^2 + 4^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②から、 $BH^2 = (7^2 + 5^2) + 4^2 = 90$

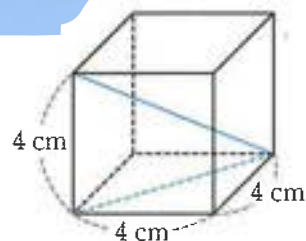
$BH > 0$ だから、 $BH = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}\text{ (cm)}$ **答** $3\sqrt{10}\text{ cm}$

※縦、横、高さがそれぞれ a 、 b 、 c である直方体では、対角線の長さは、 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

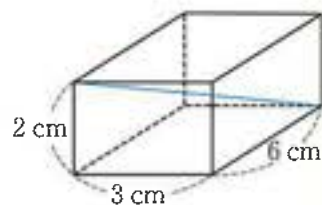


確認問題 1 次の立方体や直方体の対角線の長さを求めなさい。

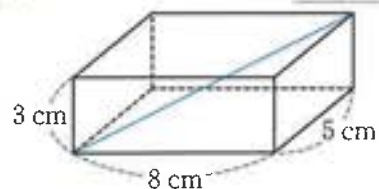
★□(1)



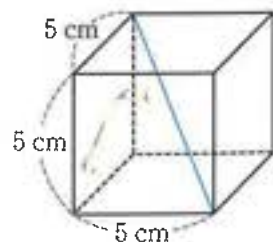
□(2)



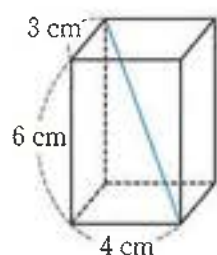
★□(3)



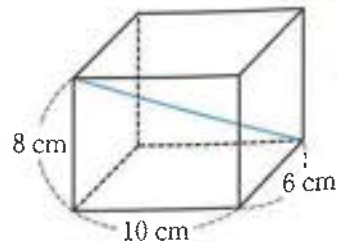
□(4)



★□(5)



□(6)



三平方の定理を使って、空間図形の線分の長さや体積が求められるようになる。

教科書 p.201・202

ポイント 2 円錐や角錐の体積

教科書 P.202 基本

例題 底面の半径が 7 cm 、母線の長さが 11 cm の円錐の体積を求めなさい。
円錐の頂点 A と底面の中心 O を結ぶと、線分 AO がこの円錐の高さを表す。

母線の1つが AB のとき、 $\triangle ABO$ は直角三角形となるから、

$$AO = h\text{ cm} \text{ とすると、} h^2 + 7^2 = 11^2$$

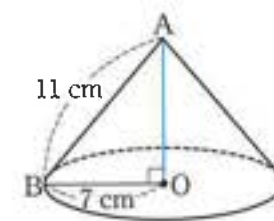
$$h^2 = 72$$

$h > 0$ だから、

$$h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

したがって、体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 6\sqrt{2} = 98\sqrt{2}\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

答 $98\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$

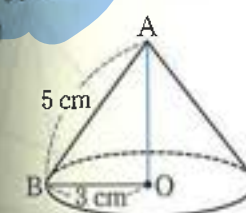


円錐や角錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$

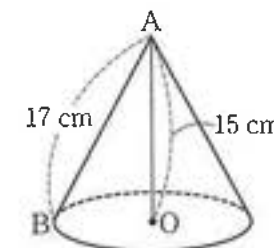
確認問題 2 次の問に答えなさい。

(1) 次の図のような円錐の体積を求めなさい。

□①



□②

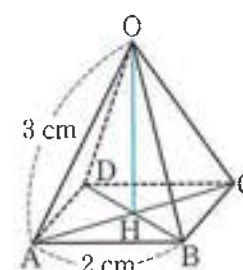


(2) 底面が1辺2 cmの正方形で、他の辺が3 cmの正四角錐がある。底面の正方形 $ABCD$ の対角線の交点を H とすると、右の図の線分 OH は高さを表す。
 AH 、 OH の長さと正四角錐の体積を求めなさい。

AH _____

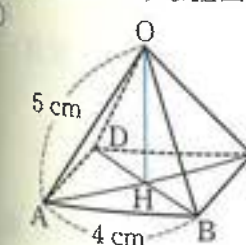
OH _____

体積 _____



(3) 次の図のような正四角錐の高さと体積を求めなさい。

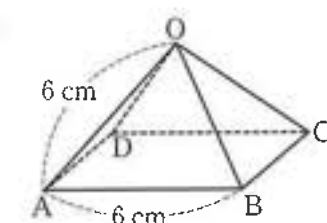
□①



高さ _____

体積 _____

□②



高さ _____

体積 _____

ポイント 3 空間内の図形の面積

例題 右の図は、底面が1辺4 cmの正三角形で、他の辺が3 cmの正三角柱である。

- (1) AEの長さを求めなさい。
(2) $\triangle AEF$ の面積を求めなさい。

解き方 (1) $\triangle ABE$ において、 $AE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

$AE > 0$ だから、 $AE = 5$ cm

- (2) $\triangle ABE \equiv \triangle ACF$ だから、

$AF = AE = 5$ cm

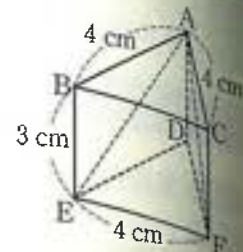
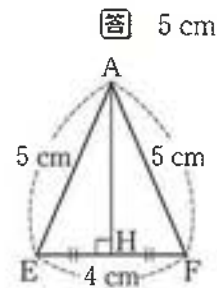
右の図で、 $EH = FH = 2$ cm

$\triangle AEH$ において、 $2^2 + AH^2 = 5^2$

$AH^2 = 21$

$AH > 0$ だから、 $AH = \sqrt{21}$ cm

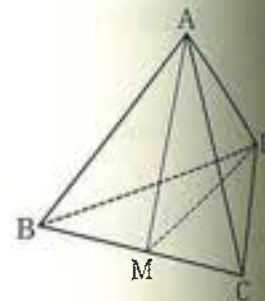
$$\triangle AEF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{答 } 2\sqrt{21} \text{ cm}^2$$



確認問題 3 次の問に答えなさい。

★(1) 右の図は、1辺が2 cmの正四面体で、Mは辺BCの中点である。

- ① $\triangle AMD$ の周の長さを求めなさい。



- ② $\triangle AMD$ の面積を求めなさい。

(2) 右の図は、すべての辺が4 cmである正四角錐で、M、Nはそれぞれ辺OD、OCの中点である。4点M、A、B、Nを頂点とする四角形MABNを考える。

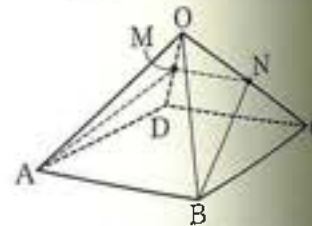
- ① AM、BN、MNの長さを求めなさい。

AM _____

BN _____

MN _____

- ② 四角形MABNの面積を求めなさい。



ポイント 4 点と平面の距離

右の図は、1辺が2 cmの立方体である。

- (1) $\triangle BDE$ の面積を求めなさい。
(2) 三角錐ABDEの体積を求めなさい。
(3) 面BDEと頂点Aとの距離を求めなさい。

解き方 (1) $\triangle ABD$ において、

$$BD = \sqrt{2} AB = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

同様に、 $BE = DE = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

右の図で、 $DI = EI = \sqrt{2} \text{ cm}$

$$BI = \sqrt{3} DI = \sqrt{6} \text{ cm}$$

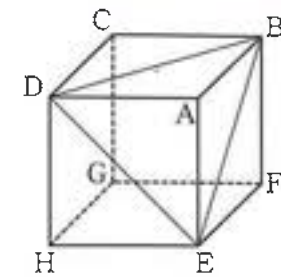
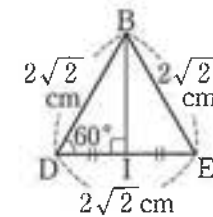
$$\triangle BDE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(2) \frac{1}{3} \times \triangle ABD \times AE = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2^2 \right) \times 2 = \frac{4}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

- (3) 面BDEと頂点Aとの距離をh cmとすると、hは、三角錐ABDEの底面を $\triangle BDE$ とみたときの高さになる。

これより、三角錐ABDEの体積は、 $\frac{1}{3} \times \triangle BDE \times h$ と表されるので、

$$\frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times h = \frac{4}{3} \\ h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



答 $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

答 $\frac{4}{3} \text{ cm}^3$

答 $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

確認問題 4 右の図は、 $AB = AD = 2$ cm、 $AE = 3$ cmの直方体である。次の問に答えなさい。

- (1) $\triangle AFC$ の3辺の長さをそれぞれ求めなさい。

AC _____

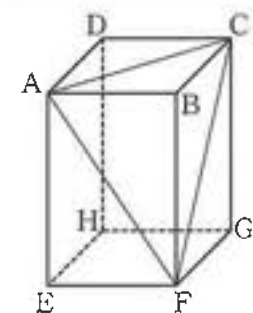
AF _____

CF _____

- (2) $\triangle AFC$ の面積を求めなさい。

- (3) 三角錐ABCFの体積を求めなさい。

- (4) 面AFCと頂点Bとの距離を求めなさい。



22 標準問題

学習日 月 日

1 直方体の対角線 次の問に答えなさい。

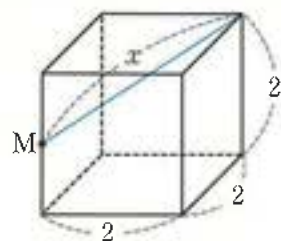
ポイント 1

(1) 次の立方体や直方体の対角線の長さを求めなさい。

- ① 1辺が a の立方体 ② 縦6 cm、横9 cm、高さ2 cmの直方体

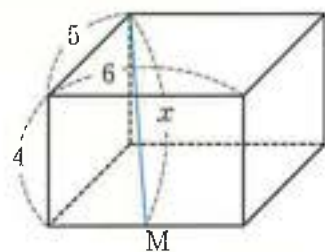
(2) 次の立方体や直方体の図で、 M は辺の中点とする。 x の値を求めなさい。

①



$x =$

②



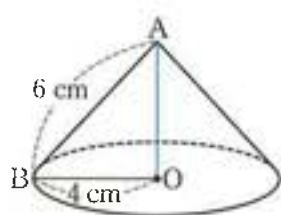
$x =$

2 円錐や角錐の体積 次の問に答えなさい。

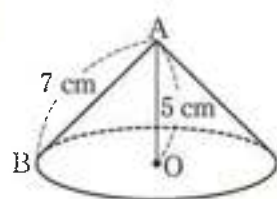
ポイント 2

(1) 次の図のような円錐の体積を求めなさい。

①

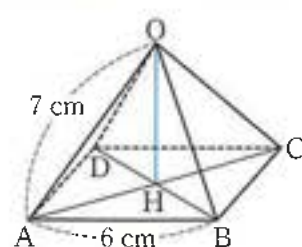


②



(2) 次の図のような正四角錐の高さと体積を求めなさい。

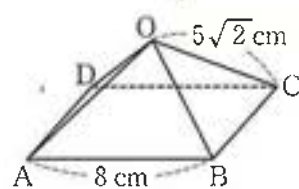
①



高さ

体積

②



高さ

体積

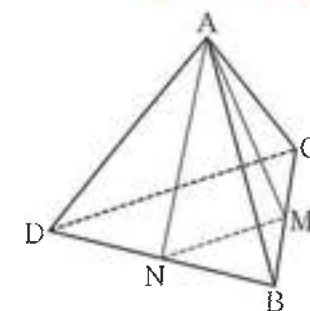
3 空間内の図形の面積 次の問に答えなさい。

ポイント 3

(1) 右の図は、1辺が4 cmの正四面体で、 M 、 N はそれぞれ辺 BC 、 BD の中点である。

① $\triangle AMN$ の周の長さを求めなさい。

② $\triangle AMN$ の面積を求めなさい。

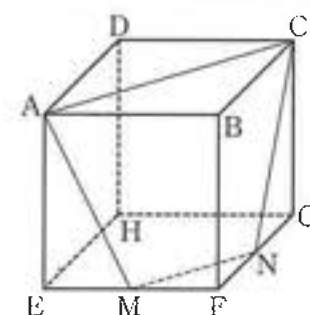


(2) 右の図は立方体で、 $AC = 4$ cmである。 M 、 N はそれぞれ辺 EF 、 FG の中点である。

① 辺 AB の長さを求めなさい。

② AM の長さを求めなさい。

③ 四角形 $AMNC$ の面積を求めなさい。



4 点と平面の距離 右の図は、すべての辺が6 cmの正三角柱である。次の問に答えなさい。

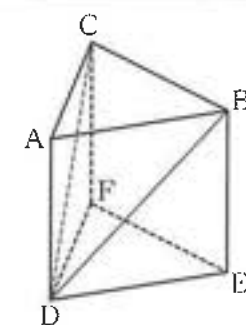
ポイント 4

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(2) $\triangle BCD$ の面積を求めなさい。

(3) 三角錐 $ABCD$ の体積を求めなさい。

(4) 面 BCD と頂点 A との距離を求めなさい。



23 いろいろな問題

学習日 月 日

ポイント 1 表面上の最短距離

教科書 P.205

標準

例題 縦、横、高さがそれぞれ5 cm、6 cm、4 cmの直方体がある。
右の図は、この直方体に、点Aから辺BCを通って点Gまで糸をかけたところを示している。かけた糸の長さがもっとも短くなる時の糸の長さを求めなさい。

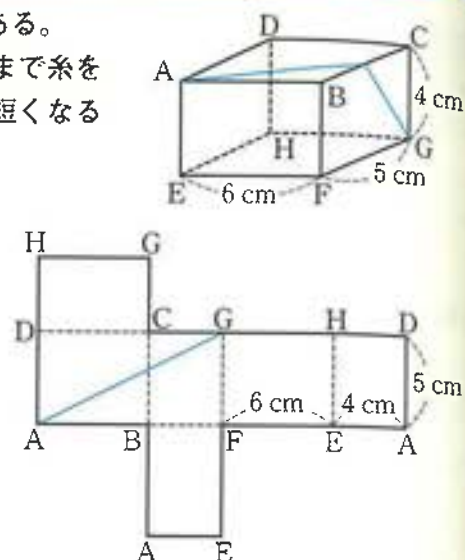
解き方 糸の長さがもっとも短くなる時、糸のようすは、展開図の上では、AとGを結ぶ線分になる。
右の図のように、辺BCを通るとき、

$$AG^2 = (6+4)^2 + 5^2 \\ = 125$$

$AG > 0$ だから、

$$AG = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

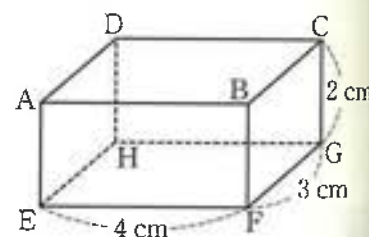
答 $5\sqrt{5}$ cm



確認問題 1 次の問に答えなさい。

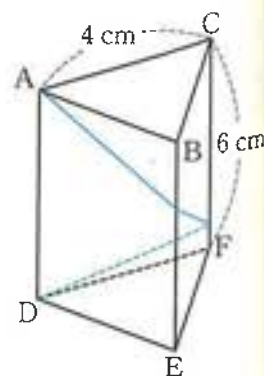
- (1) 右の図の直方体で、点Aから点Gまで糸をかける。次の①、②の経路で、それぞれ糸の長さがもっとも短くなるようにかけるとき、糸の長さを求めなさい。

★ ① 辺BCを通るとき



□② 辺CDを通るとき

- (2) 右の図のように、底面の1辺が4 cm、高さが6 cmの正三角柱に、点Aから辺BE、CFを通して点Dまで糸をまきつける。糸の長さがもっとも短くなるようにまきつけるとき、糸の長さを求めなさい。



学習目標

三平方の定理を使って、いろいろな問題が解けるようになる。

教科書 p.205・206・209

ポイント 2 図形の折り曲げ

教科書 P.208

標準

例題 $AB = 6$ cm、 $BC = 8$ cmの長方形ABCDがある。いま、この長方形を右の図のように、線分EFを折り目として折ったら、頂点Aが辺BC上の点Gに重なった。BG = 3 cmのとき、AEの長さを求めなさい。

解き方 直角三角形EBGについて、三平方の定理を利用して方程式をつくる。

$AE = x$ cm とすると、 $\triangle EGF$ は $\triangle EAF$ を折り返したものだから、

$$GE = AE = x \text{ cm}$$

また、 $EB = AB - AE = (6 - x)$ cm

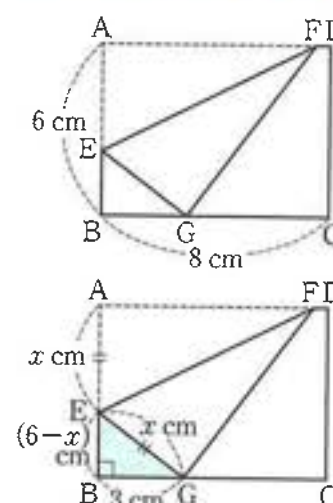
$\triangle EBG$ で、三平方の定理により、

$$(6 - x)^2 + 3^2 = x^2 \quad \leftarrow EB^2 + BG^2 = GE^2$$

$$45 - 12x = 0$$

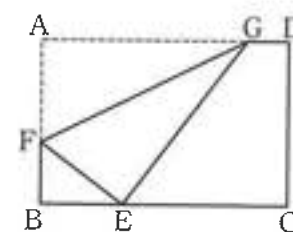
$$x = \frac{15}{4}$$

答 $\frac{15}{4}$ cm

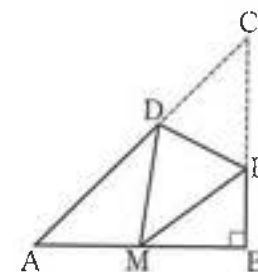


確認問題 2 次の問に答えなさい。

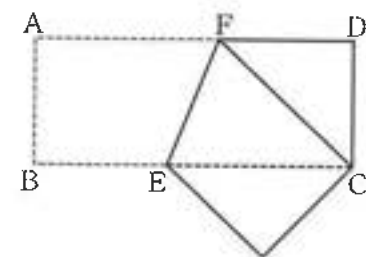
- ★□(1) $AB = 4$ cm、 $AD = 6$ cmの長方形ABCDがある。辺BC上にBE = 2 cmとなる点Eをとり、頂点AがEに重なるように長方形を折る。折り目の線分をFGとすると、AFの長さを求めなさい。



- (2) $AB = BC = 8$ cmの直角二等辺三角形ABCがある。この三角形を頂点Cが辺ABの中点Mに重なるように折り、折り目の線分をDEとする。CEの長さを求めなさい。



- (3) $AB = 4$ cm、 $AD = 10$ cmの長方形ABCDがある。この長方形を頂点Aが頂点Cに重なるように折り、折り目の線分をEFとする。BEの長さを求めなさい。



例題 AB = 9 cm, BC = 10 cm, CA = 11 cm の $\triangle ABC$ がある。

- (1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。BH, AH の長さを求めなさい。

- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

解き方 2つの直角三角形($\triangle ABH$, $\triangle ACH$)のそれぞれで三平方の定理を使い、 AH^2 を2通りに表す。

- (1) $BH = x$ cm, $AH = h$ cm とすると、

$$\triangle ABH \text{ で、 } h^2 = 9^2 - x^2$$

$$\triangle ACH \text{ で、 } h^2 = 11^2 - (10 - x)^2$$

$$\text{よって、 } 9^2 - x^2 = 11^2 - (10 - x)^2$$

$$81 - x^2 = 121 - 100 + 20x - x^2$$

$$\text{したがって、 } x = 3$$

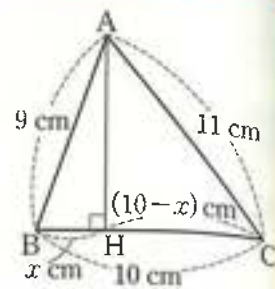
$$\text{このとき、 } h^2 = 9^2 - 3^2 = 72$$

$$h > 0 \text{ だから、 } h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$(2) \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 6\sqrt{2} = 30\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

答 $BH = 3$ cm, $AH = 6\sqrt{2}$ cm

答 $30\sqrt{2}$ cm²



確認問題 3 次の問に答えなさい。

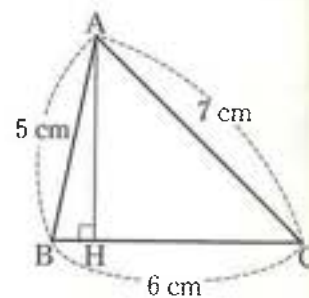
- ★(1) AB = 5 cm, BC = 6 cm, CA = 7 cm の $\triangle ABC$ がある。

- ① 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。

BH = x cm とし、 AH^2 を、2通りの x の2次式で表しなさい。

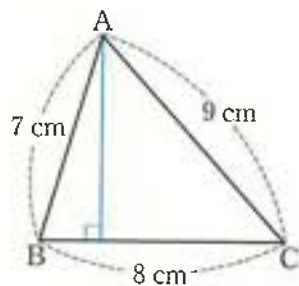
- ② BH の長さを求めなさい。

- ③ $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

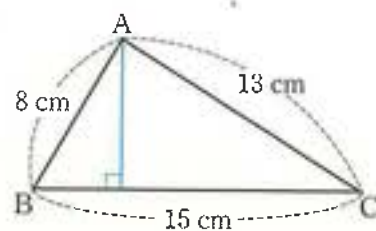


- (2) 次の図の $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

①



②



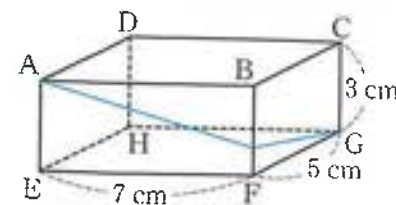
23 標準問題

学習日 月 日

- 1 表面上の最短距離 縦、横、高さがそれぞれ 5 cm, 7 cm, 3 cm の直方体がある。次の問に答えなさい。

ポイント 1

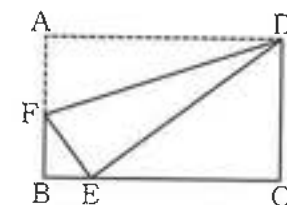
- ★(1) 右の図は、この直方体に、点 A から辺 BF を通って点 G まで糸をかけたところを示している。かけた糸の長さがもっとも短くなる時の糸の長さを求めなさい。



- (2) 点 A から点 G まで糸をかけるのに、(1)の方法と辺 BC を通る方法では、どちらのほうが糸が短くてすむか答えなさい。

- 2 図形の折り曲げ 次の問に答えなさい。

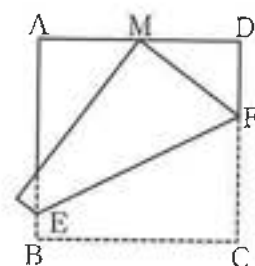
- ★(1) AB = 6 cm, BC = 10 cm の長方形 ABCD がある。この長方形を頂点 A が辺 BC 上の点 E に重なるように、DF を折り目として折る。CE, AF の長さを求めなさい。



CE

AF

- (2) 1辺が 10 cm の正方形 ABCD がある。右の図は、この正方形を、頂点 C が辺 AD の中点 M に重なるように折ったところを示している。折り目の線分を EF とするとき、CF の長さを求めなさい。



- ★3 三平方の定理と方程式 AB = 11 cm, BC = 15 cm, CA = 14 cm の $\triangle ABC$ がある。次の問に答えなさい。

ポイント 3

- (1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。BH, AH の長さを求めなさい。

BH

AH

- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

