

第1章 数と式

1 式の計算

例題 1 単項式の次数と係数

単項式 $3a^4x^3y^2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 何次式か。 (2) a について何次式か。
 (3) x について何次式で、係数は何か。 (4) x, y について何次式で、係数は何か。

解 (1) a について4次、 x について3次、 y について2次より、合計して、9次式
 (2) 4次式
 (3) x について3次式で、 x^3 以外の数と文字が係数より、係数は、 $3a^4y^2$
 (4) x, y について5次式で、係数は、 $3a^4$

1 次の単項式で、[]内の文字に着目すると何次式か。また、そのときの係数は何か。

- (1) $-3ax^2y^2$ [a], [y] (2) $-p^4q^3r^2$ [p], [q]
 (3) $-\frac{3}{4}abx^2y^3$ [x], [y], [a, b], [x, y]

2 次の整式の同類項をまとめて、何次式かをいえ。

- (1) $4x^2-7x+5-6x^2-3x-5$
 (2) $-2xy+3y^2-x^3+2y^2+4x^3+5xy$

例題 2 降べきの順

次の整式の[]内の文字について、何次式かを述べ、降べきの順に整理せよ。

$$ax^2+a^2x-2x^2+a^3+4a^2x^2+a+2 \quad [x], [a]$$

解 x については、最高次の項が2次より、2次式

x について降べきの順に整理すると、 $(4a^2+a-2)x^2+a^2x+a^3+a+2$

a については、最高次の項が3次より、3次式

a について降べきの順に整理すると、 $a^3+(4x^2+x)a^2+(x^2+1)a-2x^2+2$

3 次の問いに答えよ。

- (1) $-3x^2+12x-4+7x^2-8x+9$ を x について降べきの順に整理せよ。
 (2) $2x^2+2y^2-3xy+4y^2+5xy-x^2$ を y について降べきの順に整理せよ。
 (3) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ を a について降べきの順に整理せよ。

ポイント

- ① 単項式と多項式を合わせて整式という。
 ② 整式を1つの文字について降べきの順に整理しておくと、因数分解のとき役に立つ。
 ③ 例題2のように、係数が多項式になるとき、係数も降べきの順に整理しておく。

例題 3 整式の加法・減法

$5x^2-2xy+3y^2$ と $4x^2-6xy-y^2$ の和を求めよ。また、第1式から第2式を引け。

解 $(5x^2-2xy+3y^2)+(4x^2-6xy-y^2)=9x^2-8xy+2y^2$
 $(5x^2-2xy+3y^2)-(4x^2-6xy-y^2)=x^2+4xy+4y^2$

4 次の式の和を求めよ。また、第1式から第2式を引け。

- (1) $-3x^2-2x-1, 2x^2-7x+5$ (2) $x^2-3+2x, 2x^2-x+1$
 (3) $2x^2+3xy-5y^2, -x^2+2xy+y^2$ (4) $x^2-5xy+2y^2, -3x^2+2xy+3y^2$

5 次の式の和を求めよ。また、第1式から第2式を引け。

- (1) $x^3-2x^2+3x-8, 2x^3+3x^2-x+5$
 (2) $2x^3+3x^2y-2xy^2-5y^3, -3x^3+2x^2y+8xy^2+3y^3$

例題 4 整式の乗法

次の問いに答えよ。

(1) $(-2ab^2)^2 \times (-3a^2b)^3$ を計算せよ。

(2) $(x^3-3x^2+2x-1)(x^2-3)$ を展開せよ。

解 (1) 与式 $= 4a^2b^4 \times (-27a^6b^3) = -108a^8b^7$

(2) 与式 $= x^3(x^2-3)-3x^2(x^2-3)+2x(x^2-3)-(x^2-3)$
 $= x^5-3x^3-3x^4+9x^2+2x^3-6x-x^2+3$
 $= x^5-3x^4-x^3+8x^2-6x+3$

6 次の式を計算せよ。

- (1) $(-2xy^2z)^2 \times 3x^4y$ (2) $\{(-p^2q)^2\}^4 \times (pq^3)^2$
 (3) $(-ab^2)^3 \times (3a^2b^3)^2$ (4) $\{(-2ab)^2\}^3 \times (3ab)^2$

7 次の式を展開せよ。

- (1) $12a^2b\left(\frac{a^2}{6}-\frac{ab}{4}+\frac{b^2}{3}\right)$ (2) $(3x-x^2)(5x^2-2x+1)$
 (3) $(x^2-2xy-3)(2x+3y)$ (4) $(a^2-ab+2b^2)(3a+b)$

8 次の式を展開し、 a について降べきの順に整理せよ。

- (1) $(a+b+c)(a+b+2c)$
 (2) $(a^2+b^2+c^2)(ab+bc+ca)$

ポイント

- ① 加法・減法は、同類項の係数どうしを足したり引いたりする。
 ② 単項式と多項式の乗法は、分配法則を使って、単項式を多項式の各項に掛ける。

$$A(B+C)=AB+AC$$

【例題】5 展開の公式

次の式を、公式を用いて展開せよ。

- (1) $(2a-3b)^2$ (2) $(xy+2z)(xy-2z)$
 (3) $(x+3y)(x-6y)$ (4) $(2x-1)(3x+2)$

- 【解】(1) 与式 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$
 (2) 与式 $= (xy)^2 - (2z)^2 = x^2y^2 - 4z^2$
 (3) 与式 $= x^2 + (3y-6y)x + 3y \cdot (-6y) = x^2 - 3xy - 18y^2$
 (4) 与式 $= 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot 2 + (-1) \cdot 3\}x + (-1) \cdot 2 = 6x^2 + x - 2$

9 次の式を、ポイント①を用いて展開せよ。

- (1) $(p+5q)^2$ (2) $(3a-4)^2$ (3) $(-x^2-x)^2$
 (4) $(2a-5b)(2a+5b)$ (5) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$ (6) $(-pq+r)(-pq-r)$
 (7) $(-2x^2+3z)(2x^2+3z)$ (8) $(x+5)(x-8)$ (9) $(a-b)(a+6b)$
 (10) $(2x+3y)(2x+y)$ (11) $(pq+3)(pq-4)$ (12) $(a^2-3)(a^2+7)$
 (13) $(3x-2y)(2x+3y)$ (14) $(2a+5)(7a-3)$ (15) $(-3xy+2)(5xy-8)$

【例題】6 いろいろな式の展開

次の式を展開せよ。

- (1) $(x^2-x+1)(x^2+x-1)$ (2) $(x+y-3)(x+y+5)$
 (3) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ (4) $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)$
 【解】(1) 与式 $= \{x^2-(x-1)\}\{x^2+(x-1)\}$
 $= (x^2)^2 - (x-1)^2 = x^4 - x^2 + 2x - 1$
 (2) 与式 $= \{(x+y)-3\}\{(x+y)+5\}$
 $= (x+y)^2 + 2(x+y) - 15$
 $= x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 15$
 (3) 与式 $= \{(x-1)(x+1)\}(x^2+1)$
 $= (x^2-1)(x^2+1) = x^4 - 1$
 (4) 与式 $= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-12)$
 $= \{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-12\}$
 $= (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24$
 $= x^4 + 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24$
 $= x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

10 次の式を展開せよ。

- (1) $(x+y+z)(x+y-z)$ (2) $(2a-b+c)(2a+b+c)$ (3) $(x^2-x+1)(x^2+x+1)$
 (4) $(xy-x+2)(xy+x-2)$ (5) $(x+y-4z)(x+y+z)$ (6) $(2x-y-1)(2x-y-3)$
 (7) $(x+y+3)^2$ (8) $(a+2b-c)^2$ (9) $(x^2+x-2)^2$
 (10) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$ (11) $(p-1)(p+1)(p+3)(p-3)$
 (12) $a(a-1)(a-2)(a-3)$ (13) $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)$

●ポイント

- ① 展開の公式(複号同順) (i) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ (ii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 (iii) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ (iv) $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
 ② 公式をくり返し利用することを考える。複雑な式の展開では、何を1つのものとみるかが重要。
 例えば、 $a-b$ 、 $-a+b$ は同じ因数であること等に着眼する。
 ③ 前から順に計算するだけでなく、計算の順序を変えてみることも必要である。

【例題】7 共通因数による因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2ax-4x^2$ (2) a^3-3a^2
 (3) $6a^2b+2ab^2-4ab$ (4) $p(x-y)+q(y-x)$

- 【解】(1) 与式 $= 2x(a-2x)$
 (2) 与式 $= a^2(a-3)$
 (3) 与式 $= 2ab \cdot 3a + 2ab \cdot b - 2ab \cdot 2 = 2ab(3a+b-2)$
 (4) 与式 $= p(x-y) - q(x-y) = (x-y)(p-q)$

11 次の式を因数分解せよ。

- (1) $3ab-6b^2$ (2) $4xy^2-12x^2y$
 (3) $abxy-abpq$ (4) a^2+5a
 (5) $2a^4-6a^2$ (6) $x^2y^2-2x^2y+3xy$
 (7) $5a^3b^2c-15a^2bc^2-20a^2b^2c^3$ (8) $2a(a+b)+6b(a+b)$
 (9) $a(x-y)+(y-x)$ (10) $3a(x-y)+6b(x-y)+9c(y-x)$

【例題】8 2次式の因数分解①

次の式を、公式を用いて因数分解せよ。

- (1) x^2+6x+9 (2) $4a^2-12ab+9b^2$
 (3) a^2-9b^2 (4) $(a-b)^2-c^2$
 (5) $x^2-10x+21$ (6) $a^2+3ab-18b^2$

- 【解】(1) 与式 $= x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 = (x+3)^2$
 (2) 与式 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = (2a-3b)^2$
 (3) 与式 $= a^2 - (3b)^2 = (a+3b)(a-3b)$
 (4) 与式 $= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} = (a-b+c)(a-b-c)$
 (5) 与式 $= x^2 + (-3-7)x + (-3) \cdot (-7) = (x-3)(x-7)$
 (6) 与式 $= a^2 + (6b-3b)a + 6b \cdot (-3b) = (a+6b)(a-3b)$

12 次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^2+10a+25$ (2) $x^2-16x+64$
 (3) $x^2-8xy+16y^2$ (4) $a^2+14ab+49b^2$
 (5) $9x^2+6x+1$ (6) $64a^2-48ab+9b^2$
 (7) $3p^3-12p^2+12p$ (8) $4x^3y+4x^2y^2+xy^3$

●ポイント

因数分解の公式(複号同順)

- ① $ac+bc=(a+b)c$ ② $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
 ③ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ④ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

13 次の式を因数分解せよ.

- (1) x^2-4 (2) a^2-64
 (3) $9x^2-16y^2$ (4) $4x^2y^2-z^2$
 (5) $(x+y)^2-4z^2$ (6) $(a+b)^2-(c-d)^2$
 (7) x^4-25x^2 (8) $2a^3-18ab^2$

14 次の式を因数分解せよ.

- (1) a^2+6a-7 (2) $x^2-8x+12$
 (3) $x^2+5x-14$ (4) $a^2-ab-30b^2$
 (5) $x^2+3xy-40y^2$ (6) $m^2+9mn+18n^2$
 (7) x^3-2x^2-8x (8) $3x^4y+36x^3y^2+81x^2y^3$

15 次の式を因数分解せよ.

- (1) $a^2+2a+1-x^2$ (2) $4a^2-4ab+b^2-9c^2$
 (3) $9x^2-y^2+4y-4$ (4) $x^2+4x+4+2xy+4y$

【例題】9 2次式の因数分解②

$6a^2-ab-12b^2$ を因数分解せよ.

【解】 a^2 の係数 6 と $-12b^2$ を分解し、たすき掛けの結果が $-b$ になるものを見つける.

右の結果より,

与式 $= (2a-3b)(3a+4b)$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & -3b \longrightarrow -9b \\ 3 & \times & 4b \longrightarrow 8b \\ \hline & & -b \end{array}$$

16 次の式を因数分解せよ.

- (1) $2x^2-13x+6$ (2) $12x^2-7xy-12y^2$
 (3) $2x^2+3x+1$ (4) $5a^2+7ab+2b^2$
 (5) $2a^2-5a-3$ (6) $8x^2-10xy+3y^2$
 (7) $12a^2+7a-12$ (8) $4x^2-41xy+10y^2$
 (9) $5a^2-3a-2$ (10) $3a^2+5ab+2b^2$
 (11) $5m^2-17m+6$ (12) $8s^2-14st-15t^2$

●ポイント

たすき掛けによる因数分解

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$$\begin{array}{rcl} a & \times & b \longrightarrow bc \\ c & \times & d \longrightarrow ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$$

【例題】10 いろいろな因数分解①

次の式を因数分解せよ.

- (1) $9-9y+3xy-x^2$ (2) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$
 (3) $(x^2+2x)^2-7(x^2+2x)-8$

【解】 (1) 次数の低い文字 y (1次) について整理すると,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (3x-9)y-x^2+9=3(x-3)y-(x^2-9)=3(x-3)y-(x-3)(x+3) \\ &= (x-3)(3y-x-3) \end{aligned}$$

(2) a, b, c すべての文字について2次式なので, 1つの文字について降べきの順に整理する. 例えば, a について整理すると,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}=(b-c)(a-b)(a-c) \end{aligned}$$

(3) $x^2+2x=X$ とおくと,

$$\text{与式} = X^2-7X-8=(X+1)(X-8)=(x^2+2x+1)(x^2+2x-8)=(x+1)^2(x+4)(x-2)$$

17 次の式を因数分解せよ.

- (1) $xy-x-y+1$ (2) $x^2y-y^2z-y^3+x^2z$
 (3) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$ (4) $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

18 次の式を因数分解せよ.

- (1) $(a+b)^2+10(a+b)+25$ (2) $5(x+y)^2-8(x+y)-4$
 (3) $(x^2+4x)^2-8(x^2+4x)-48$ (4) $3(x^2-3x)^2-10(x^2-3x)-8$

【例題】11 いろいろな因数分解②

$x^2+4xy+3y^2+x+5y-2$ を因数分解せよ.

【解】 x について降べきの順に整理すると,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= x^2+(4y+1)x+3y^2+5y-2=x^2+(4y+1)x+(y+2)(3y-1) \\ &= (x+y+2)(x+3y-1) \end{aligned}$$

$3y^2+5y-2$ のたすき掛け

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & 2 \longrightarrow 6 \\ 3 & \times & -1 \longrightarrow -1 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

x の2次式とみたときのたすき掛け

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & y+2 \longrightarrow y+2 \\ 1 & \times & 3y-1 \longrightarrow 3y-1 \\ \hline & & 4y+1 \end{array}$$

19 次の式を因数分解せよ.

- (1) $x^2-xy-12y^2+5x+y+6$ (2) $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$
 (3) $2x^2+5xy+3y^2+2x+4y-4$ (4) $6x^2-5xy-6y^2+4x+7y-2$

●ポイント

複雑な式の因数分解の基本方針

① 文字の次数が異なるときは, 次数の低い文字について整理し, 共通因数を調べる.

② 文字の次数が等しいときは, 1つの文字について降べきの順に整理する.

そのまま因数がわかるときと, 文字式のたすき掛けが必要となるときがある.

【例題】12 いろいろな因数分解③

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 - 5x^2 + 4$

(2) $x^4 + 4$

【解】(1) 与式 $= (x^2)^2 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(2) 与式 $= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

20 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 - 81$

(2) $x^4 - 8x^2 + 16$

(3) $x^4 - 10x^2 + 9$

(4) $x^4 - 29x^2 + 100$

(5) $3x^4 - x^2 - 2$

(6) $4x^4 - 25x^2 + 36$

21 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 + 64$

(2) $x^4 + x^2 + 1$

(3) $4x^4 + y^4$

(4) $a^4 + a^2b^2 + 25b^4$

(5) $a^4 - 3a^2 + 9$

(6) $a^4 - 12a^2b^2 + 144b^4$

【例題】13 3次式の展開

次の式を、公式を用いて展開せよ。

(1) $(x+2y)^3$

(2) $(3a-b)^3$

(3) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$

(4) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

【解】(1) 与式 $= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 + (2y)^3 = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

(2) 与式 $= (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot b + 3 \cdot 3a \cdot b^2 - b^3 = 27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$

(3) 与式 $= (2a-b)\{(2a)^2 + 2a \cdot b + b^2\} = (2a)^3 - b^3 = 8a^3 - b^3$

(4) 与式 $= (x+3y)\{x^2 - x \cdot 3y + (3y)^2\} = x^3 + (3y)^3 = x^3 + 27y^3$

22 次の式を、ポイント②を用いて展開せよ。

(1) $(a+1)^3$

(2) $(x-3y)^3$

(3) $(3x-2)^3$

(4) $(5a+b)^3$

(5) $(a-2)(a^2+2a+4)$

(6) $(p+4)(p^2-4p+16)$

(7) $(xy+3)(x^2y^2-3xy+9)$

(8) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$

●ポイント

① ax^4+bx^2+c (複2次)の形では、 $x^2=X$ において単純に因数分解できる場合と、2次の項を付け加えて、 A^2-B^2 の形に導く場合がある。

② 3次式の展開の公式(複号同順)

(i) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ (ii) $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

[注] 3次式の展開について、詳細は数学Ⅱで学習する。

23 次の式を展開せよ。

(1) $(a+2)^3(a-2)^3$

(2) $(x-1)^2(x^2+x+1)^2$

(3) $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

(4) $(a+b)^2(a-b)^2(a^4+a^2b^2+b^4)^2$

(5) $(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)$

(6) $(x+1)(x-1)(x^6-4)(x^4+x^2+1)$

【例題】14 3次式の因数分解

次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+8

(2) $27x^3-y^3$

(3) $x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$

【解】(1) 与式 $= x^3+2^3 = (x+2)(x^2-2x+4)$

(2) 与式 $= (3x)^3-y^3 = (3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$

(3) 与式 $= x^3+3 \cdot x^2 \cdot 3y+3 \cdot x \cdot (3y)^2+(3y)^3 = (x+3y)^3$

24 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+27

(2) x^3-64

(3) $8x^3+1$

(4) $8a^3-27b^3$

(5) x^3y^3-8

(6) $8a^3b^3+125c^3$

(7) $(x+1)^3+8$

(8) $64ab^3-27a^4$

25 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3-6x^2+12x-8$

(2) $x^3+9x^2+27x+27$

(3) $8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$

(4) $27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

26 次の問いに答えよ。

(1) $a^3+b^3=(a+b)^3-\square$ を満たす $\square$ を因数分解した形で答えよ。

(2) (1)を用いて、 $a^3+b^3+c^3-3abc$ を因数分解せよ。

(3) (2)を用いて、次の式を因数分解せよ。

(ア) $x^3-y^3-8z^3-6xyz$

(イ) $x^3+3xy+y^3-1$

●ポイント

3次式の因数分解の公式(複号同順)

① $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ ② $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$

[注] 3次式の因数分解について、詳細は数学Ⅱで学習する。

混合問題

1 $A=2x+y+3z$, $B=-3x+2y-z$, $C=x-3y-2z$ であるとき, 次の式を計算せよ.

(1) $3A-2B+C$ (2) $5(A+B-C)-3(A+2B-C)$

2 次の式を展開せよ.

(1) $(2x+7y)^2$ (2) $(4ab+3c)(4ab-3c)$
 (3) $a(a-4)(a+6)$ (4) $(2x-y+1)(2x+y-1)$
 (5) $(a^2+2a-3)(a^2+2a-8)$ (6) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$
 (7) $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$ (8) $(x+1)(x+2)(x-3)(x-6)$

3 次の式を因数分解せよ.

(1) a^3+10a^2+25a (2) $10x^2-13xy-3y^2$
 (3) $81x^4-256y^4$ (4) x^4-13x^2+36
 (5) x^8-1 (6) $4x^2-y^2-4x+1$
 (7) x^3-x^2-x+1 (8) $2(x^2+x)^2-7(x^2+x)-30$
 (9) $a^2b-2ab^2+b^3+bc-ca$ (10) $x^2+3xy+2y^2+x+5y-12$

4 次の(1)~(3)の式を展開し, (4)~(6)の式を因数分解せよ.

(1) $(3x-4)^3$ (2) $(x+y)^3(x^2-xy+y^2)^3$
 (3) $(x-1)(x-2)(x^2+x+1)(x^2+2x+4)$ (4) x^6-2x^3+1
 (5) $a^6-7a^3b^3-8b^6$ (6) $a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$

5 次の式を計算せよ.

(1) $(x^3-x^2-x-3)(x^3+4x^2+4x-3)$
 (2) $(x-a)(x-b)(a-b)+(x-b)(x-c)(b-c)+(x-c)(x-a)(c-a)$

6 次の式を因数分解せよ.

(1) $b^3+ab^2+2ab+2b^2+a+b$ (2) $(a+b)(b+c)(c+a)+abc$
 (3) $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+16$ (4) $9a^4+8a^2+16$
 (5) $xyz+xy-2yz-zx-x-2y+2z+2$ (6) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$
 (7) $(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$

■ヒント

- 6 (2) a について降べきの順に整理してから, たすき掛けを考える.
 (7) $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を利用する.

2 実数

【例題】1 有理数と循環小数

次の分数は小数に, 小数は分数になおせ.

(1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{2}{7}$ (3) $0.\dot{2}\dot{7}$ (4) $0.3\dot{1}7\dot{8}$

【解】(1) $\frac{3}{8}=0.375$ (2) $\frac{2}{7}=0.285714285714\cdots=0.\dot{2}8571\dot{4}$

(3) $x=0.\dot{2}\dot{7}$ とおくと, (4) $x=0.3\dot{1}7\dot{8}$ とおくと,
 $100x=27.27\cdots$ $10000x=3178.178\cdots$

$\begin{array}{r} -) \quad x=0.27\cdots \\ 99x=27 \end{array}$ よって, $x=\frac{3}{11}$ $\begin{array}{r} -) \quad 10x=3.178\cdots \\ 9990x=3175 \end{array}$ よって, $x=\frac{635}{1998}$

1 次の数の中から, (1)自然数, (2)整数, (3)有理数, (4)無理数を選べ.

-4 , 0 , $\frac{25}{5}$, $\frac{9}{4}$, $-\frac{9}{16}$, $\sqrt{5}$, $-\sqrt{16}$, $(\sqrt{7})^2$, $\frac{\pi}{2}$, $1.\dot{2}\dot{3}$

2 次の分数は小数に, 小数は分数になおせ.

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{4}{11}$ (3) $\frac{5}{37}$ (4) $0.\dot{7}$ (5) $0.4\dot{2}9$ (6) $0.3\dot{5}7$

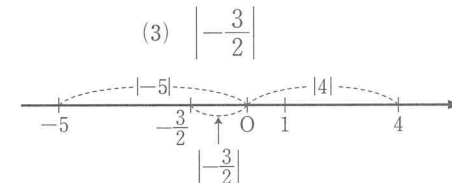
【例題】2 絶対値

次の値を求めよ.

(1) $|4|$ (2) $|-5|$ (3) $|\frac{3}{2}|$

【解】絶対値は, 数直線上で原点からの距離を表す.

正の数はその値がそのまま絶対値となり,
 負の数は符号を変えた数が絶対値となる.



【答】(1) 4 (2) 5 (3) $\frac{3}{2}$

3 次の値を求めよ.

(1) $|-8|$ (2) $|3.4|$ (3) $|\frac{7}{5}|$ (4) $|4-10|$

(5) $|-3|+|-4|$ (6) $|\frac{5}{2}|+|-\frac{2}{3}|$ (7) $|3-\sqrt{10}|$ (8) $|\pi-4|$

4 次の場合について, $|x-2|$ の絶対値の記号をはずせ.

(1) $x < 2$ (2) $x \geq 2$

5 次の場合について, $|a|+|a-3|$ を簡単にせよ.

(1) $a < 0$ (2) $0 \leq a < 3$ (3) $a \geq 3$

●ポイント

① 有理数は整数, 有限小数, 循環小数のいずれか, 無理数は循環しない無限小数で表される数である. 有理数と無理数をまとめて実数という.

② 0 の絶対値は 0 である. ③ $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ である. $| \cdot |$ の中が正か負かに注意する.

1 式の計算

P 4

- 1 (1) a について... 1 次式, 係数... $-3x^2y^2$ y について... 2 次式, 係数... $-3ax^2$
 (2) p について... 4 次式, 係数... $-q^3r^2$ q について... 3 次式, 係数... $-p^4r^2$
 (3) x について... 2 次式, 係数... $-\frac{3}{4}aby^3$ y について... 3 次式, 係数... $-\frac{3}{4}abx^2$
 a, b について... 2 次式, 係数... $-\frac{3}{4}x^2y^3$ x, y について... 5 次式, 係数... $-\frac{3}{4}ab$

- 2 (1) $-2x^2-10x$, 2 次式 (2) $3x^3+3xy+5y^2$, 3 次式
 3 (1) $4x^2+4x+5$ (2) $6y^2+2xy+x^2$ (3) $(b-c)a^2+(-b^2+c^2)a+b^2c-bc^2$

P 5

- 4 (1) 和... $-x^2-9x+4$, 差... $-5x^2+5x-6$ (2) 和... $3x^2+x-2$, 差... $-x^2+3x-4$
 (3) 和... $x^2+5xy-4y^2$, 差... $3x^2+xy-6y^2$ (4) 和... $-2x^2-3xy+5y^2$, 差... $4x^2-7xy-y^2$
 5 (1) 和... $3x^3+x^2+2x-3$, 差... $-x^3-5x^2+4x-13$
 (2) 和... $-x^3+5x^2y+6xy^2-2y^3$, 差... $5x^3+x^2y-10xy^2-8y^3$
 6 (1) $12x^6y^5z^2$ (2) $p^{18}q^{14}$ (3) $-9a^7b^{12}$ (4) $576a^8b^8$
 7 (1) $2a^4b-3a^3b^2+4a^2b^3$ (2) $-5x^4+17x^3-7x^2+3x$ (3) $2x^3-x^2y-6xy^2-6x-9y$
 (4) $3a^3-2a^2b+5ab^2+2b^3$
 8 (1) $a^2+(2b+3c)a+b^2+3bc+2c^2$ (2) $(b+c)a^3+bc^2a^2+(b^3+b^2c+bc^2+c^3)a+b^3c+bc^3$

P 6

- 9 (1) $p^2+10pq+25q^2$ (2) $9a^2-24a+16$ (3) $x^4+2x^3+x^2$ (4) $4a^2-25b^2$ (5) a^4-b^4 (6) $p^2q^2-r^2$
 (7) $9z^2-4x^4$ (8) $x^2-3x-40$ (9) $a^2+5ab-6b^2$ (10) $4x^2+8xy+3y^2$ (11) $p^2q^2-pq-12$
 (12) a^4+4a^2-21 (13) $6x^2+5xy-6y^2$ (14) $14a^2+29a-15$ (15) $-15x^2y^2+34xy-16$
 10 (1) 与式 = $\{(x+y)+z\}\{(x+y)-z\} = (x+y)^2-z^2 = x^2+2xy+y^2-z^2$
 (2) 与式 = $\{(2a+c)-b\}\{(2a+c)+b\} = (2a+c)^2-b^2 = 4a^2+4ac+c^2-b^2$
 (3) 与式 = $\{(x^2+1)-x\}\{(x^2+1)+x\} = (x^2+1)^2-x^2 = x^4+2x^2+1-x^2 = x^4+x^2+1$
 (4) 与式 = $\{xy-(x-2)\}\{xy+(x-2)\} = (xy)^2-(x-2)^2 = x^2y^2-x^2+4x-4$
 (5) 与式 = $\{(x+y)-4z\}\{(x+y)+z\} = (x+y)^2-3z(x+y)-4z^2 = x^2+y^2-4z^2+2xy-3yz-3zx$
 (6) 与式 = $\{(2x-y)-1\}\{(2x-y)+3\} = (2x-y)^2-4(2x-y)+3 = 4x^2-4xy+y^2-8x+4y+3$
 (7) 与式 = $\{(x+y)+3\}^2 = (x+y)^2+6(x+y)+9 = x^2+2xy+y^2+6x+6y+9$
 (8) 与式 = $\{(a+2b)-c\}^2 = (a+2b)^2-2c(a+2b)+c^2 = a^2+4b^2+c^2+4ab-4bc-2ca$
 (9) 与式 = $\{(x^2+x)-2\}^2 = (x^2+x)^2-4(x^2+x)+4 = x^4+2x^3-3x^2-4x+4$
 (10) 与式 = $(x^2-9)(x^2+9) = x^4-81$ (11) 与式 = $(p^2-1)(p^2-9) = p^4-10p^2+9$
 (12) 与式 = $a(a-3)(a-1)(a-2) = (a^2-3a)(a^2-3a+2) = (a^2-3a)\{(a^2-3a)+2\} = (a^2-3a)^2+2(a^2-3a)$
 $= a^4-6a^3+9a^2+2a^2-6a = a^4-6a^3+11a^2-6a$
 (13) 与式 = $(x+1)(x+7)(x+3)(x+5) = (x^2+8x+7)(x^2+8x+15) = \{(x^2+8x)+7\}\{(x^2+8x)+15\}$
 $= (x^2+8x)^2+22(x^2+8x)+105 = x^4+16x^3+64x^2+22x^2+176x+105 = x^4+16x^3+86x^2+176x+105$

P 7

- 11 (1) $3b(a-2b)$ (2) $4xy(y-3x)$ (3) $ab(xy-pq)$ (4) $a(a+5)$ (5) $2a^2(a^2-3)$
 (6) $xy(xy-2x+3)$ (7) $5a^2bc(ab-3c-4bc^2)$ (8) $2(a+b)(a+3b)$ (9) $(x-y)(a-1)$
 (10) $3(x-y)(a+2b-3c)$
 12 (1) $(a+5)^2$ (2) $(x-8)^2$ (3) $(x-4y)^2$ (4) $(a+7b)^2$ (5) $(3x+1)^2$ (6) $(8a-3b)^2$
 (7) $3p(p-2)^2$ (8) $xy(2x+y)^2$

P 8

- 13 (1) $(x+2)(x-2)$ (2) $(a+8)(a-8)$ (3) $(3x+4y)(3x-4y)$ (4) $(2xy+z)(2xy-z)$
 (5) $(x+y+2z)(x+y-2z)$ (6) $(a+b+c-d)(a+b-c+d)$ (7) $x^2(x+5)(x-5)$
 (8) $2a(a+3b)(a-3b)$
 14 (1) $(a+7)(a-1)$ (2) $(x-2)(x-6)$ (3) $(x+7)(x-2)$ (4) $(a+5b)(a-6b)$ (5) $(x+8y)(x-5y)$
 (6) $(m+3n)(m+6n)$ (7) $x(x+2)(x-4)$ (8) $3x^2y(x+3y)(x+9y)$
 15 (1) 与式 = $(a+1)^2-x^2 = (a+x+1)(a-x+1)$ (2) 与式 = $(2a-b)^2-9c^2 = (2a-b+3c)(2a-b-3c)$
 (3) 与式 = $9x^2-(y-2)^2 = (3x+y-2)(3x-y+2)$ (4) 与式 = $(x+2)^2+2y(x+2) = (x+2)(x+2y+2)$
 16 (1) $1 \begin{array}{c} \swarrow -6 \rightarrow -12 \\ \searrow -1 \rightarrow -1 \end{array} \quad (2) 3 \begin{array}{c} \swarrow -4y \rightarrow -16y \\ \searrow 3y \rightarrow 9y \end{array} \quad (3) 1 \begin{array}{c} \swarrow 1 \rightarrow 2 \\ \searrow 1 \rightarrow 1 \end{array} \quad (4) 1 \begin{array}{c} \swarrow b \rightarrow 5b \\ \searrow 2b \rightarrow 2b \end{array}$
 $\frac{2}{-13} \quad \frac{4}{-7y} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{7b}$
 与式 = $(x-6)(2x-1)$ 与式 = $(3x-4y)(4x+3y)$ 与式 = $(x+1)(2x+1)$ 与式 = $(a+b)(5a+2b)$
 (5) $(a-3)(2a+1)$ (6) $(2x-y)(4x-3y)$ (7) $(3a+4)(4a-3)$ (8) $(x-10y)(4x-y)$ (9) $(a-1)(5a+2)$
 (10) $(a+b)(3a+2b)$ (11) $(m-3)(5m-2)$ (12) $(2s-5t)(4s+3t)$

P 9

- 17 (1) 与式 = $x(y-1)-(y-1) = (x-1)(y-1)$
 (2) 与式 = $z(x^2-y^2)+x^2y-y^3 = z(x^2-y^2)+y(x^2-y^2) = (y+z)(x^2-y^2) = (y+z)(x+y)(x-y)$
 (3) 与式 = $ab^2-ac^2+bc^2-ba^2+ca^2-cb^2 = -a^2(b-c)+a(b^2-c^2)-bc(b-c)$
 $= -(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\} = -(b-c)(a-b)(a-c) = (a-b)(b-c)(c-a)$
 (4) 与式 = $a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2 = (b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$
 $= (b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\} = (b-c)(a-b)(a-c)$
 18 (1) $a+b=X$ とおくと, 与式 = $X^2+10X+25 = (X+5)^2 = (a+b+5)^2$
 (2) $x+y=X$ とおくと, 与式 = $5X^2-8X-4 = (X-2)(5X+2) = (x+y-2)(5x+5y+2)$
 (3) $x^2+4x=X$ とおくと,
 与式 = $X^2-8X-48 = (X+4)(X-12) = (x^2+4x+4)(x^2+4x-12) = (x+2)^2(x+6)(x-2)$
 (4) $x^2-3x=X$ とおくと,
 与式 = $3X^2-10X-8 = (X-4)(3X+2) = (x^2-3x-4)(3x^2-9x+2) = (x+1)(x-4)(3x^2-9x+2)$
 19 (1) 与式 = $x^2+(-y+5)x-(12y^2-y-6) = x^2+(-y+5)x-(3y+2)(4y-3) = (x+3y+2)(x-4y+3)$
 (2) 与式 = $x^2+(3y+4)x+2y^2+5y+3 = x^2+(3y+4)x+(y+1)(2y+3) = (x+y+1)(x+2y+3)$
 (3) 与式 = $2x^2+(5y+2)x+3y^2+4y-4 = 2x^2+(5y+2)x+(y+2)(3y-2) = (x+y+2)(2x+3y-2)$
 (4) 与式 = $6x^2+(-5y+4)x-(6y^2-7y+2) = 6x^2+(-5y+4)x-(2y-1)(3y-2)$
 $= \{2x-(3y-2)\}\{3x+(2y-1)\} = (2x-3y+2)(3x+2y-1)$

P 10

- 20 (1) 与式 = $(x^2)^2-9^2 = (x^2+9)(x^2-9) = (x+3)(x-3)(x^2+9)$
 (2) 与式 = $(x^2)^2-8x^2+16 = (x^2-4)^2 = \{(x+2)(x-2)\}^2 = (x+2)^2(x-2)^2$
 (3) 与式 = $(x^2)^2-10x^2+9 = (x^2-1)(x^2-9) = (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$
 (4) 与式 = $(x^2)^2-29x^2+100 = (x^2-4)(x^2-25) = (x+2)(x-2)(x+5)(x-5)$
 (5) 与式 = $3(x^2)^2-x^2-2 = (x^2-1)(3x^2+2) = (x+1)(x-1)(3x^2+2)$
 (6) 与式 = $4(x^2)^2-25x^2+36 = (x^2-4)(4x^2-9) = (x+2)(x-2)(2x+3)(2x-3)$
 21 (1) 与式 = $x^4+16x^2+64-16x^2 = (x^2+8)^2-(4x)^2 = (x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$
 (2) 与式 = $x^4+2x^2+1-x^2 = (x^2+1)^2-x^2 = (x^2+x+1)(x^2-x+1)$
 (3) 与式 = $4x^4+4x^2y^2+y^4-4x^2y^2 = (2x^2+y^2)^2-(2xy)^2 = (2x^2+2xy+y^2)(2x^2-2xy+y^2)$
 (4) 与式 = $a^4+10a^2b^2+25b^4-9a^2b^2 = (a^2+5b^2)^2-(3ab)^2 = (a^2+3ab+5b^2)(a^2-3ab+5b^2)$
 (5) 与式 = $a^4+6a^2+9-9a^2 = (a^2+3)^2-(3a)^2 = (a^2+3a+3)(a^2-3a+3)$
 (6) 与式 = $a^4+24a^2b^2+144b^4-36a^2b^2 = (a^2+12b^2)^2-(6ab)^2 = (a^2+6ab+12b^2)(a^2-6ab+12b^2)$
 22 (1) a^3+3a^2+3a+1 (2) $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$ (3) $27x^3-54x^2+36x-8$
 (4) $125a^3+75a^2b+15ab^2+b^3$ (5) a^3-8 (6) p^3+64 (7) x^3y^3+27 (8) $27a^3-8b^3$

- 23 (1)与式 $= \{(a+2)(a-2)\}^3 = (a^2-4)^3 = a^6 - 12a^4 + 48a^2 - 64$
 (2)与式 $= \{(x-1)(x^2+x+1)\}^2 = (x^3-1)^2 = x^6 - 2x^3 + 1$
 (3)与式 $= (a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2) = (a^3+b^3)(a^3-b^3) = a^6 - b^6$
 (4)与式 $= \{(a+b)(a-b)\}^2 (a^4+a^2b^2+b^4)^2 = \{(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)\}^2 = (a^6-b^6)^2 = a^{12} - 2a^6b^6 + b^{12}$
 (5)与式 $= (x^3+1)(x^6-x^3+1) = x^9 + 1$
 (6)与式 $= (x^2-1)(x^4+x^2+1)(x^6-4) = (x^6-1)(x^6-4) = x^{12} - 5x^6 + 4$
- 24 (1) $(x+3)(x^2-3x+9)$ (2) $(x-4)(x^2+4x+16)$ (3) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$
 (4) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$ (5) $(xy-2)(x^2y^2+2xy+4)$ (6) $(2ab+5c)(4a^2b^2-10abc+25c^2)$
 (7)与式 $= (x+1)^3 + 2^3 = \{(x+1)+2\}\{(x+1)^2-2(x+1)+2^2\} = (x+3)(x^2+3)$
 (8)与式 $= a\{(4b)^3 - (3a)^3\} = a(4b-3a)(16b^2+12ab+9a^2)$
- 25 (1)与式 $= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 = (x-2)^3$
 [別解] 与式 $= x^3 - 8 - 6x^2 + 12x = (x-2)(x^2+2x+4) - 6x(x-2) = (x-2)(x^2+2x+4-6x)$
 $= (x-2)(x^2-4x+4) = (x-2)^3$
 (2) $(x+3)^3$ (3) $(2a+b)^3$ (4) $(3x-2y)^3$
- 26 (1) $3ab(a+b)$
 (2) $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc = (a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$
 $= \{(a+b)+c\}\{(a+b)^2-(a+b)c+c^2\}-3ab(a+b+c)$
 $= (a+b+c)(a^2+2ab+b^2-ac-bc+c^2-3ab) = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 (3) 与式 $= x^3 + (-y)^3 + (-2z)^3 - 3x \cdot (-y) \cdot (-2z) = (x-y-2z)(x^2+y^2+4z^2+xy-2yz+2zx)$
 (4) 与式 $= x^3+y^3+(-1)^3-3xy \cdot (-1) = (x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$

P12 混合問題

- 1 (1) $3A-2B+C = 3(2x+y+3z) - 2(-3x+2y-z) + (x-3y-2z) = 13x-4y+9z$
 (2)与式 $= 2A-B-2C = 2(2x+y+3z) - (-3x+2y-z) - 2(x-3y-2z) = 5x+6y+11z$
- 2 (1) $4x^2+28xy+49y^2$ (2) $16a^2b^2-9c^2$ (3) a^3+2a^2-24a
 (4)与式 $= \{2x-(y-1)\}\{2x+(y-1)\} = (2x)^2 - (y-1)^2 = 4x^2 - y^2 + 2y - 1$
 (5)与式 $= \{(a^2+2a)-3\}\{(a^2+2a)+8\} = (a^2+2a)^2 - 11(a^2+2a) + 24 = a^4+4a^3-7a^2-22a+24$
 (6)与式 $= (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = (a^4-b^4)(a^4+b^4) = a^8-b^8$
 (7)与式 $= \{(x+1)(x-1)(x^2+1)\}^2 = \{(x^2-1)(x^2+1)\}^2 = (x^4-1)^2 = x^8-2x^4+1$
 (8)与式 $= (x+1)(x-6)(x+2)(x-3) = (x^2-5x-6)(x^2-x-6) = \{(x^2-6)-5x\}\{(x^2-6)-x\}$
 $= (x^2-6)^2 - 6x(x^2-6) + 5x^2 = x^4-12x^2+36-6x^3+36x+5x^2 = x^4-6x^3-7x^2+36x+36$
- 3 (1) $a(a+5)^2$ (2) $(2x-3y)(5x+y)$ (3) $(3x+4y)(3x-4y)(9x^2+16y^2)$
 (4)与式 $= (x^2-4)(x^2-9) = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
 (5)与式 $= (x^4-1)(x^4+1) = (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1) = (x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$
 (6)与式 $= 4x^2-4x+1-y^2 = (2x-1)^2-y^2 = (2x+y-1)(2x-y-1)$
 (7)与式 $= x^2(x-1)-(x-1) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$
 (8) $x^2+x=X$ とおくと,
 与式 $= 2X^2-7X-30 = (X-6)(2X+5) = (x^2+x-6)(2x^2+2x+5) = (x+3)(x-2)(2x^2+2x+5)$
 (9)与式 $= b(a^2-2ab+b^2)-c(a-b) = b(a-b)^2-c(a-b) = (a-b)(ab-b^2-c)$
 (10)与式 $= x^2+(3y+1)x+2y^2+5y-12 = x^2+(3y+1)x+(y+4)(2y-3) = (x+y+4)(x+2y-3)$
- 4 (1) $27x^3-108x^2+144x-64$
 (2)与式 $= \{(x+y)(x^2-xy+y^2)\}^3 = (x^3+y^3)^3 = x^9+3x^6y^3+3x^3y^6+y^9$
 (3)与式 $= (x-1)(x^2+x+1)(x-2)(x^2+2x+4) = (x^3-1)(x^3-8) = x^6-9x^3+8$
 (4)与式 $= (x^3-1)^2 = \{(x-1)(x^2+x+1)\}^2 = (x-1)^2(x^2+x+1)^2$
 (5)与式 $= (a^3+b^3)(a^3-8b^3) = (a+b)(a-2b)(a^2-ab+b^2)(a^2+2ab+4b^2)$
 (6)与式 $= a^3-3 \cdot a^2 \cdot 2b+3 \cdot a \cdot (2b)^2-(2b)^3 = (a-2b)^3$
- 5 (1)与式 $= \{x^3-3-(x^2+x)\}\{x^3-3+4(x^2+x)\} = (x^3-3)^2+3(x^2+x)(x^3-3)-4(x^2+x)^2$
 $= (x^6-6x^3+9)+3(x^5+x^4-3x^2-3x)-4(x^4+2x^3+x^2) = x^6+3x^5-x^4-14x^3-13x^2-9x+9$

$$(2) \text{与式} = (a-b)\{x^2-(a+b)x+ab\} + (b-c)\{x^2-(b+c)x+bc\} + (c-a)\{x^2-(c+a)x+ca\}$$

$$= \{(a-b)+(b-c)+(c-a)\}x^2 - \{(a^2-b^2)+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)\}x + ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$$

$$= a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2$$

- 6 (1)与式 $= b^3+2b^2+b+a(b^2+2b+1) = b(b^2+2b+1)+a(b^2+2b+1) = (b+a)(b^2+2b+1)$
 $= (a+b)(b+1)^2$
 (2)与式 $= (b+c)(a+b)(a+c) + abc = (b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\} + abc$
 $= (b+c)a^2 + \{(b+c)^2+bc\}a + bc(b+c)$
 $= \{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\} = (a+b+c)(ab+bc+ca)$
 (3)与式 $= (x-3)(x+4)(x-1)(x+2)+16 = (x^2+x-12)(x^2+x-2)+16$ ここで, $x^2+x=X$ とおくと,
 与式 $= (X-12)(X-2)+16 = X^2-14X+40 = (X-4)(X-10) = (x^2+x-4)(x^2+x-10)$
 (4)与式 $= 9a^4+24a^2+16-16a^2 = (3a^2+4)^2-16a^2 = (3a^2+4a+4)(3a^2-4a+4)$
 (5)与式 $= (xy-x-2y+2)+(xy-2y-x+2)z = (xy-2y-x+2)(z+1) = \{(x-2)y-(x-2)\}(z+1)$
 $= (x-2)(y-1)(z+1)$
 (6)与式 $= a^4-2(b^2+c^2)a^2+(b^2-c^2)^2 = a^4-2(b^2-c^2)a^2+(b^2-c^2)^2-4a^2c^2$
 $= \{a^2-(b^2-c^2)\}^2 - (2ac)^2 = (a^2+2ac+c^2-b^2)(a^2-2ac+c^2-b^2)$
 $= \{(a+c)^2-b^2\}\{(a-c)^2-b^2\} = (a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(a-b-c)$
 (7) $x-y=X, y-z=Y, z-x=Z$ とおくと,
 $X^3+Y^3+Z^3-3XYZ = (X+Y+Z)(X^2+Y^2+Z^2-XY-YZ-ZX)$
 ここで, $X+Y+Z=0$ であるから, $X^3+Y^3+Z^3=3XYZ$ が成り立つ。
 ゆえに, $(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3=3(x-y)(y-z)(z-x)$

2 実数

P13

- 1 (1) $\frac{25}{5}, (\sqrt{7})^2$ (2) $-4, 0, \frac{25}{5}, -\sqrt{16}, (\sqrt{7})^2$ (3) $-4, 0, \frac{25}{5}, \frac{9}{4}, -\frac{9}{16}, -\sqrt{16}, (\sqrt{7})^2, 1.\dot{2}\dot{3}$
 (4) $\sqrt{5}, \frac{\pi}{2}$
- 2 (1) $0.\dot{2}$ (2) $0.\dot{3}\dot{6}$ (3) $0.\dot{1}\dot{3}\dot{5}$
 (4) $x=0.\dot{7} \dots\dots ①$ とおくと, $10x=7.\dot{7} \dots\dots ②$ ②-① より, $9x=7, x=\frac{7}{9}$
 (5) $x=0.4\dot{2}9 \dots\dots ①$ とおくと, $1000x=429.4\dot{2}9 \dots\dots ②$ ②-① より, $999x=429, x=\frac{143}{333}$
 (6) $x=0.3\dot{5}\dot{7}$ とおくと, $10x=3.\dot{5}\dot{7} \dots\dots ①$, $1000x=357.\dot{5}\dot{7} \dots\dots ②$ ②-① より, $990x=354, x=\frac{59}{165}$
- 3 (1) 8 (2) 3.4 (3) $\frac{7}{5}$ (4) 6 (5) 7 (6) $\frac{11}{6}$ (7) $\sqrt{10}-3$ (8) $4-\pi$ 4 (1) $2-x$ (2) $x-2$
- 5 (1) $-a-(a-3)=3-2a$ (2) $a-(a-3)=3$ (3) $a+(a-3)=2a-3$

P14

- 6 (1) $ab \geq 0$ より, $|ab|=ab, |a|=a, |b|=b$ より, $|a||b|=ab$ ゆえに, 等式が成り立つ。
 (2) $ab \leq 0$ より, $|ab|=-ab, |a|=-a, |b|=b$ より, $|a||b|=-ab$ ゆえに, 等式が成り立つ。
 (3) $ab > 0$ より, $|ab|=ab, |a|=-a, |b|=-b$ より, $|a||b|=ab$ ゆえに, 等式が成り立つ。
- 7 (1) $a \geq 0$ のとき, $-a \leq 0$ よって, $|a|=a \geq 0 \geq -a$ より, 成り立つ。
 $a < 0$ のとき, $|a|=-a$ より, 等号が成り立つ。
 (2) $a \geq 0$ のとき, $|a|=a$ より, $|a|^2=a^2$ $a < 0$ のとき, $|a|=-a$ より, $|a|^2=(-a)^2=a^2$
- 8 まず, $\left|\frac{1}{b}\right| = \frac{1}{|b|}$ が成り立つことを示す。
 (i) $b > 0$ のとき, $\frac{1}{b} > 0$ より, $\left|\frac{1}{b}\right| = \frac{1}{b}$ また, $\frac{1}{|b|} = \frac{1}{b}$ であるから, 成り立つ。
 (ii) $b < 0$ のとき, $\frac{1}{b} < 0$ より, $\left|\frac{1}{b}\right| = -\frac{1}{b}$ また, $\frac{1}{|b|} = -\frac{1}{b}$ であるから, この場合も成り立つ。